

Vrije Universiteit, Faculteit Exacte Wetenschappen
Tentamen Calculus 2 voor BWI/Ect 16 februari 2011, 18:30-20:30

Tentamencijfer = $1 + \frac{\text{totaal}}{10}$

Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan.
Vermeld op ieder blad dat je inlevert je naam en je studentnummer.
Geef niet alleen antwoorden, maar ook de berekeningen.

Veel succes!

Opgave 1. (8 punten)

Bereken

$$\int_0^1 \frac{3t-7}{t^2-5t+6} dt.$$

Opgave 2. (10 = 5 + 5 punten)

a) Bepaal

$$\int \frac{\ln t}{t^3} dt.$$

b) Bereken de oneigenlijke integraal

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln t}{t^3} dt.$$

(Aanwijzing: Gebruik onderdeel a).)

Opgave 3. (8 punten)

Ga na of de oneigenlijke integraal

$$\int_2^{\infty} \frac{x^2+x+1}{x^3-1} dx$$

convergent is. Motiveer je antwoord kort.

Opgave 4. (10 = 5 + 5 punten)

Onderzoek of de volgende reeksen absoluut convergent, relatief convergent, of divergent zijn. Motiveer je antwoorden. Als je een test gebruikt, geef duidelijk aan welke en hoe je die uitvoert.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{\sqrt{n^6+1}}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-2)^n \frac{n^2}{n!}$

Opgave 5. (12 punten)

Bepaal het convergentieinterval van de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n^2+1}} (2x-2)^n.$$

Z.O.Z.

Opgave 6. (8 = 4 + 4 punten)

- a) Bepaal de machtreeksontwikkeling van de functie $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ in machten van x en geef het interval aan waarop deze machtreeks convergeert.
- b) Gebruik onderdeel a) om te laten zien dat

$$\sum_{n=1}^{\infty} n2^n x^n = \frac{2x}{(1-2x)^2}.$$

Opgave 7. (14 = 8 + 6 punten)

Gegeven is de functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ met

$$f(x, y) = 42 + x^2y + 4xy - 32y + 9y^2.$$

- a) Bepaal de kritische punten (critical points) van f .
- b) Ga na waar f een lokaal minimum of maximum of een zadelpunt heeft.

Opgave 8. (9 punten)

Het gebied D in het xy -vlak wordt begrensd door de lijnen $x = 0$, $x = \frac{1}{2}$, $y = x$ en $y = 1$. Bereken

$$\iint_D \frac{2}{1-x} dA.$$

Opgave 9. (11 punten)

Het gebied $S \subset \mathbb{R}^2$ wordt gegeven door

$$S := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0, x \geq 0\}.$$

Bereken

$$\iint_S \frac{4xy}{x^2 + y^2} dA.$$