

Vrije Universiteit, Faculteit Exacte Wetenschappen

Tentamen Calculus 2 voor BWI/Ect 23 december 2010, 8:45–10:45

Tentamencijfer = $1 + \frac{\text{totaal}}{10}$

Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan.

Vermeld op ieder blad dat je inlevert je naam en je studentnummer.

Geef niet alleen antwoorden, maar ook de berekeningen.

Veel succes!

Opgave 1. (10 punten)

Bereken

$$\int_1^e (\ln t)^2 8t^3 dt.$$

Opgave 2. (8 = 3 + 5 punten)

a) Bereken

$$\int_0^\infty 3t^2 e^{-t^3} dt.$$

b) Ga na of de oneigenlijke integraal

$$\int_0^\infty \frac{3t^4 e^{-t^3}}{1+t+t^2} dt$$

convergent of divergent is. Motiveer je antwoord kort. (Aanwijzing: Gebruik onderdeel a).)

Opgave 3. (12 = 6 + 6 punten)

Onderzoek of de volgende reeksen absoluut convergent, relatief convergent, of divergent zijn. Motiveer je antwoorden. Als je een test gebruikt, geef duidelijk aan welke en hoe je die uitvoert.

a) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{5^n}{(n+1)^n}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + 42}}$

Opgave 4. (10 punten)

Bepaal het convergentieinterval van de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+1} (x+2)^n.$$

Z.O.Z.

Opgave 5. (10 = 6 + 4 punten)

- a) Bepaal de machtreeksontwikkeling van de functie $f(x) = \frac{2}{3-x}$ in machten van $x-1$ en geef het interval aan waarop deze machtreeks convergeert.
- b) Bepaal de machtreeksontwikkeling van de functie $g(x) = \frac{2}{(3-x)^2}$ in machten van $x-1$. (Aanwijzing: Gebruik onderdeel a.)

Opgave 6. (12 = 7 + 5 punten)

De driehoek D in het xy -vlak wordt begrensd door de lijnen $x = 0$, $y = 0$ en $2x + y = 6$. De functie $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x, y) = xy(2x + y - 6).$$

- a) Bepaal de kritische punten (critical points) van f in het inwendige van D .
- b) Bepaal het globale minimum en het globale maximum van f op D .

Opgave 7. (10 punten)

Gegeven is de functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ met

$$f(x, y) = x^5 + y^5 - 5xy.$$

Ga na waar f een lokaal minimum of maximum of een zadelpunt heeft.

Opgave 8. (10 punten)

De driehoek D in het xy -vlak heeft hoekpunten $(0, 0)$, $(1, 0)$ en $(1, 1)$. Bereken

$$\iint_D 3\pi x \sin\left(\frac{\pi}{2}x^3\right) dA.$$

Opgave 9. (8 punten)

Het gebied $S \subset \mathbb{R}^2$ wordt gegeven door

$$S := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0, y \leq x\}.$$

Bereken

$$\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} e^{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} dA.$$