

Faculteit der Exacte Wetenschappen	Tentamen Calculus 2 BWI/Ect
Afdeling Wiskunde	16-02-2010
Vrije Universiteit	18:30-20:30 uur

Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan

1. Bereken:

a) $\int_1^2 \frac{2x+3}{x^2-3x} dx,$

b) $\int_0^1 \ln(1+x^2) dx.$

2. Onderzoek of de volgende oneigenlijke integraal (van de eerste én de tweede soort) convergent of divergent is:

$$\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}(x^3+2)} dx.$$

3. Onderzoek of de volgende reeksen absoluut convergent, relatief convergent, of divergent zijn. Motiveer je antwoorden.

a) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+3},$

b) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{e^n}{n!}.$

4. a) Gegeven is de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x+1}{2} \right)^n.$$

Bepaal het convergentie-interval van deze machtreeks.

b) Noem op het convergentie-interval de somfunctie van bovenstaande reeks $f(x)$, d.w.z.

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x+1}{2} \right)^n.$$

Bepaal $f'(0)$.

Z.O.Z.

5. a) Bepaal de machtreeksontwikkeling van de functie $f(x) = x^2 e^{2x}$ in machten van x en geef het interval aan waarop deze machtreeks convergeert.
 b) Bepaal vervolgens $f^{(7)}(0)$, de zevende afgeleide van f in $x = 0$.

6. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + x^2 y - xy^2 - 2xy - x + y.$$

- a) Toon aan dat geldt:

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = x^2 - y^2, \quad \text{voor alle } (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

- b) Bepaal de stationaire punten (critical points) van f .
 [Aanwijzing: gebruik onderdeel a).]
 c) Ga na of er zich in de bij onderdeel b) gevonden punten een (lokale) extreme waarde bevindt.

7. a) Bereken, door verwisseling van de integratievolgorde

$$\int_0^3 \int_x^3 \sqrt{16 + y^2} dy dx.$$

- b) Het gebied $S \subset \mathbb{R}^2$ wordt gegeven door:

$$S := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0 \text{ én } 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \right\}.$$

Bereken:

$$\int \int_S \frac{x}{x^2 + y^2} dA.$$

Normering:

1 : a) 3	2 : 5	3 : 7	4 : a) 4	5 : a) 3	6 : a) 2	7 : a) 3
b) 3			b) 3	b) 2	b) 3	b) 4
					c) 3	
6	5	7	7	5	8	7

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{5} + 1$$