

1. Gegeven is de functie

$$f(x) = \sqrt{-4x^2 + 16x - 7}.$$

a) Wat is het domein van f ?

[Dus: bepaal alle x waarvoor de gegeven formule betekenis heeft.]

b) Bepaal de plaats en grootte van de extreme waarden van f op het interval $[1, 3]$.

2. a) Bereken

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x)}{\sin(3x)},$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x},$

(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{5x}.$

b) Bepaal, voor $x > 1$, de afgeleide van $x^{\ln x}$.

3. Gegeven is de functie

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{als } x < 0, \\ c & \text{als } x = 0, \\ x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{als } x > 0. \end{cases}$$

a) Laat zien dat er een c bestaat waarvoor f continu is in $x = 0$ en geef de waarde van die c .

b) Onderzoek, m.b.v. de definitie van afgeleide, of f voor die c ook differentieerbaar is in $x = 0$.

4. Toon aan dat de vergelijking

$$x^3 - 3 \ln x = 2, \quad x > 0$$

precies twee reële oplossingen heeft.

Z.O.Z.

5. Bepaal de vergelijking van de raaklijn aan de kromme gegeven door

$$2x \ln y = x + y$$

in het punt $(x, y) = (-1, 1)$.

6. a) Bereken:

(i) $\int \frac{(1 + \sqrt{x})^2}{x} dx,$

(ii) $\int_0^{\pi/2} \sin t e^{\cos t} dt.$

b) Toon aan, zonder de integraal uit te rekenen:

$$2 \leq \int_1^3 \sqrt{1 + \sin x} dx \leq 2\sqrt{2}.$$

c) De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \int_0^{e^x} \sin(1 + t^2) dt.$$

Bepaal $f'(0)$ en $f''(0)$.

Normering:

1 : a) 2	2 : a) 7	3 : a) 3	4 : 4	5 : 3	6 : a) 4
b) 3	b) 2	b) 2			b) 2
					c) 4
—	—	—	—	—	—
5	9	5	4	3	10

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$

Het tweede deeltentamen wordt afgenomen op woensdag 17 december 2003.