

1. a) Bereken de volgende limieten, indien ze bestaan

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x^2-1},$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 + \sin x}}{x \cos x}.$

- b) De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x}, & x \neq 0 \\ c, & x = 0. \end{cases}$$

- (i) Bepaal c zó dat f een continue functie is in $x = 0$.
(ii) Is f voor die c ook differentieerbaar in $x = 0$? Zo ja, bepaal $f'(0)$.

2. De kromme K wordt impliciet gegeven door de vergelijking

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0.$$

Bepaal de raaklijn aan K in het punt $(x, y) = (2, 1)$.

3. a) Formuleer de Tussenwaardestelling (Intermediate Value Theorem) op een interval $[a, b]$.
b) Formuleer de Middelwaardestelling (Mean Value Theorem) op een interval $[a, b]$.
[N.B.: je hoeft de stellingen niet te bewijzen!]

Z.O.Z.

4. Toon aan dat voor alle $x > 0$ geldt

$$e^{\sqrt{x}} > 1 + \sqrt{x}.$$

5. a) Bereken de volgende integralen:

$$(i) \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1+e^x}} dx, \quad [\text{Aanwijzing: substitueer } t = 1 + e^x],$$

$$(ii) \int_0^1 \frac{x + \arctan x}{1+x^2} dx.$$

b) De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gedefinieerd door

$$f(x) = \int_0^{x^2} e^{\sqrt{t}} \cos(\pi\sqrt{t}) dt.$$

Bereken $f'(2)$.

6. Bepaal de oplossing $y = y(x)$ van het volgende beginwaardeprobleem:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = 3x^2 y^2 - y^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Normering:

1 : a) 5
b) 4

2 : 4

3 : a) 2
b) 2

4 : 5

5 : a) 6
b) 3

6 : 5

—
9

—
4

—
4

—
5

—
9

—
5

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$