

$$1. a) \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{xe^{x^2}} = \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{xe^{x^2}} * \frac{\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}}{\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}} =$$

$$= \frac{2x}{xe^{x^2}} * \frac{1}{\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x}} \xrightarrow{R.R.} \frac{2}{e^0 (\sqrt{4} + \sqrt{4})} = \boxed{\frac{1}{2}} \text{ als } x \rightarrow 0$$

$$b) -|\sin x| \leq \sin x \cdot \sin \frac{1}{x} \leq +|\sin x|$$

$$\begin{array}{ccc} & \text{insl. \{ stelling \}} & \\ x \rightarrow 0 & \searrow \quad \swarrow & x \rightarrow 0 \\ & 0 & \end{array}$$

Dus (op grond v/d insluit. St) in de gevraagde limiet: $\boxed{0}$

$$c) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2x - \pi}{\tan(2x)} \xrightarrow{f'/fop} \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2}{2/\cos^2(2x)} = \frac{2}{2 \cdot (-1)^2} = \boxed{1}$$

$$2. (i) f(x) = e^x \cos x \quad \text{dus } f(0) = 1 \cdot 1 = 1$$

$$f'(x) = e^x \cos x - e^x \sin x \quad \text{dus: } f'(0) = 1 \cdot 1 - 0 = 1$$

$$\text{Dus } L(x) = f(a) + f'(a) \cdot (x-a) = 1 + 1 \cdot (x-0) = \underline{1+x}$$

$$(ii) f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = \sin x \text{ op } [-\pi/2, +\pi/2] \Leftrightarrow x = \pi/4.$$

$$\text{Tekenverloop } f': \begin{array}{ccccccc} & + & + & + & + & + & + \\ \hline & -\pi/2 & & 0 & & \pi/4 & & \pi/2 \end{array}$$

Dus f heeft een absoluut max in $\pi/4$ en in de beide randpunten randminima.

$$(iii) f''(x) = e^x \cos x - e^x \sin x - e^x \sin x - e^x \cos x =$$

$$= -2e^x \sin x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

f'' heeft tekenwisseling in 0; dus daar een buigpunt

$$3. \text{ Zij } f(x) = e^x + x + 1 \quad \text{dan } f'(x) = e^x + 1 \geq 1$$

dan f is stijgend. Verder geldt: $f(0) = 2 > 0$
 en $f(-2) = e^{-2} - 2 + 1 < 0$ want $e^{-2} < 1$

Daar f continu (zelfs diff. baar) heeft f op f ind vld tussenwaarde stelling tussen -2 en 0 een nulpunt. Omdat f stijgend is, is dit ook het enige nulpunt en dat nulpunt is dan negatief. (II)

4. Impliciet differentiëren levert:

$$2x + \frac{y}{y} + x \frac{dy}{dx} + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

$x=3$ en $y=-2$ invullen geeft:

$$6 - 2 + 3 \frac{dy}{dx} - 4 \frac{dy}{dx} = 0 \quad \text{dus } \frac{dy}{dx} = 4 \quad \text{in } (3, -2)$$

Vgl. raaklijn luidt dus:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a) \quad \text{of wel } \underline{y + 2 = 4(x - 3)}$$

5. a) $\int_1^3 \frac{x + 2\sqrt{x} + 3}{2\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2} dx$ Stel $t = 1 + \sqrt{x}$ dan $\frac{dt}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ dan $dt = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$

$$= \int_2^3 \frac{t^2 + 2}{t^2} dt = \int_2^3 \left(1 + \frac{2}{t^2}\right) dt = \left[t - \frac{2}{t}\right]_2^3 = 3 - \frac{2}{3} - 2 + \frac{2}{2} = \boxed{\frac{4}{3}}$$

b) $\int \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx$ Stel $u = \sin x$ dan $\frac{du}{dx} = \cos x$ dan $du = \cos x dx$

$$\int \frac{du}{1 + u^2} =$$

$$\arctan(u) + C = \underline{\arctan(\sin x) + C}$$

6. $x \frac{dy}{dx} = \sqrt{y}$ is van gescheiden variabelen. Dus:

$$\int \frac{dy}{\sqrt{y}} = \int \frac{dx}{x} + C \quad \text{of wel } 2\sqrt{y} = \ln|x| + C = \ln x + C$$

$y(1) = 1$ invullen geeft: $2 = 0 + C$ dus $C = 2$

Oplösing: $2\sqrt{y} = \ln x + 2$ dus $\underline{y = \left(\frac{1}{2} \ln x + 1\right)^2}$