

Dit is het Calculus 1 tentamen voor studenten
Wiskunde en Natuurkunde

Gebruik van rekenmachine, formuleblad of aantekeningen is niet toegestaan

1. Bereken de volgende limieten:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x,$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right),$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan x)^{\frac{1}{x}}.$

2. In deze opgave is c een nog nader te bepalen reële constante.

De functie $f_c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door:

$$f_c(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{3}{x}\right) & x \neq 0, \\ c & x = 0. \end{cases}$$

a) Bepaal voor welke waarde(n) van c de functie f_c continu is in $x = 0$.

b) Ga na, m.b.v. de definitie, of voor die waarde(n) van c de functie ook differentieerbaar is in $x = 0$.

3. De kromme K wordt gegeven door de impliciete vergelijking

$$x^2 y^3 - x^3 y^2 = 12.$$

Bepaal de vergelijking van de raaklijn aan K in het punt $(-1, 2)$.

4. Toon aan, m.b.v. de Middelwaardestelling, dat voor alle $x \geq 0$ geldt:

$$\sqrt{1+x} \leq 1 + \frac{1}{2}x.$$

Z.O.Z.

5. De functie $f : (-\frac{1}{2}, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x) = x + \ln(1 + 2x)$.
Bepaal het 2^e orde Taylorpolynoom $P_2(x)$ van f bij $x = 0$.

6. Bepaal de oplossing $y = y(x)$ van het volgende beginwaardeprobleem:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = 0, \\ y(0) = 1, y'(0) = 3. \end{cases}$$

7. Bereken:

a) $\int \frac{\sin(\pi \ln x)}{x} dx,$

b) $\int \frac{x^2 + 2x - 5}{x^2 - x - 2} dx,$

c) $\int x^2 e^{-x} dx.$

Normering:

1 : a) 2	2 : a) 3	3 : 3	4 : 4	5 : 3	6 : 4	7 : a) 2
b) 3	b) 3					b) 3
c) 3						c) 3
8	6	3	4	3	4	8

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$