

Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan

1. a) Van een complex getal w zijn de modulus en de hoofdwaaarde van het argument gegeven door $|w| = 2$ respectievelijk $\text{Arg } w = \frac{3\pi}{7}$.

Druk $\frac{\bar{w}}{w^3}$ uit in de vorm $re^{i\phi}$, met $r \in \mathbb{R}$, $r > 0$ en $-\pi < \phi \leq \pi$.

- b) Los op in $\mathbb{C}$, door middel van kwadraatafsplitsen:

$$z^2 + 6z + 2iz + 33 + 6i = 0.$$

2. Bewijs met volledige inductie dat voor alle $n \in \mathbb{N}$ geldt:

$$\sum_{k=2}^{n+1} k2^k = n2^{n+2}.$$

3. Bereken:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x\sqrt{x^2 + 3x} - 5x^2}{4x + \sqrt{x^4 + 3x}}.$

b) $\lim_{x \rightarrow 0+} (1 + x + x^2)^{\frac{1}{x}}.$

4. De functie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 \sin\left(\frac{1}{x^3}\right) & \text{voor } x \neq 0, \\ c & \text{voor } x = 0. \end{cases}$$

Bepaal c zó dat f een continue functie is in $x = 0$.

5. De functie $f: (-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x^3}{\sin(x)} & \text{voor } x \neq 0, \\ 0 & \text{voor } x = 0. \end{cases}$$

Toon aan dat f differentieerbaar is in $x = 0$ en bereken $f'(0)$.

Z.O.Z.

6. De functie $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = (x^2 + 1)e^{-x}.$$

- a) Bepaal het maximum en het minimum van f op $[-1, 2]$.
- b) Bepaal het buigpunt van de grafiek van f op $[-1, 2]$.

7. Toon aan, met behulp van de Middelwaardestelling, dat voor alle $x > 0$ geldt

$$e^x > 1 + x.$$

8. Bereken $P_3(x)$, het derde orde Taylor-polynoom, van de functie $f(x) = \sqrt{x+3}$ rond $x = 1$.

9. a) De functie $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \int_0^{\sin(x)} e^{t^2} dt.$$

Bereken $f'(\frac{\pi}{3})$.

b) Bereken: $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos(x)}{1 + \sin^2(x)} dx$.

Normering:

1 : a) 2	2 : 4	3 : a) 2	4 : 4	5 : 3	6 : a) 3	7 : 4	8 : 3	9 : a) 2
b) 2		b) 3			b) 2			b) 2
4	4	5	4	3	5	4	3	4

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$