

**Tentamen Bedrijfseconometrie deel 1**  
**13 december 2007, 12.00-14.00**

**Opgave 1**

**1a** LP problemen kunnen worden opgelost met de simplexmethode. Bij de simplexmethode kunnen de primale en de duale simplexmethode worden onderscheiden. Op zich kunnen alle LP problemen met de primale simplex methode worden opgelost. Geef een voorbeeld van een situatie waarin het nuttig is om een duale simplexstap uit te voeren.

**1b** Gegeven is het geheeltallige maximaliseringsprobleem:

$$\begin{array}{ll}\text{Max} & x_1 + x_2 \\ \text{Onder} & 3x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ en geheel}\end{array}$$

Oplossing van de LP relaxatie van bovenstaand probleem leidt tot de basis  $x_1$  en  $x_2$  beide met de waarden  $6/5$  en

$$B^{-1} \text{ is } \begin{bmatrix} 3/5 & -2/5 \\ -2/5 & 3/5 \end{bmatrix}$$

Vindt een snede (valid inequality) met de methode van Gomory.

**Opgave 2**

Bereken met het Branch-en-Bound algoritme een optimale oplossing voor het volgende geheeltallige probleem:

$$\begin{array}{ll}\text{Max} & 13x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 11x_4 \\ \text{Onder} & 8x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 15 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0,1\}\end{array}$$

Begin de berekening met de ondergrens  $LB = 0$ .

**Opgave 3**

Vrachtwagenrouteringsproblemen kunnen soms opgelost worden door het probleem te formuleren als een Set Partitioningsprobleem en dit laatste probleem op te lossen. (Onder een vrachtwagenrouteringsprobleem wordt verstaan het vinden van een verzameling routes voor wagens, zodanig dat de wagens orders van gegeven omvang op de meest efficiënte wijze op gegeven afleveradressen kunnen bezorgen; al dan niet rekening houdend met randvoorwaarden met betrekking tot capaciteit, tijd, etc.)

**3a)** Geef aan hoe de eigenschappen van een vrachtwagenrouteringsprobleem kunnen worden vertaald in het Set Partitioning model.

**3a)** Geef aan van welke eigenschappen van het vrachtwagenrouteringsprobleem bepalen of de modellering als Set Partitioningsprobleem zinnig is.

#### Opgave 4

4a

Beschouw voor gegeven vectoren  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  en  $\mathbf{e}$  en matrices  $\mathbf{A}$  en  $\mathbf{D}$  het geheeltallig Programmeringsprobleem (IP):

$$\begin{array}{ll}\text{Max} & \mathbf{c}'\mathbf{x} \\ \text{Onder} & \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \\ & \mathbf{Dx} \leq \mathbf{e} \\ & \mathbf{x} \geq 0, \text{ geheel}\end{array}$$

De LP relaxatie van bovenstaand IP probleem is hieraan gelijk met weglating van de eis dat  $\mathbf{x}$  geheel moet zijn. Zij  $Z_{LP}$  de (optimale) doelstellingswaarde van de LP relaxatie.

Zij de Lagrange Relaxatie LR voor gegeven vector  $\mathbf{u} \geq 0$  gelijk aan:

$$\begin{array}{ll}\text{Max} & \mathbf{c}'\mathbf{x} + \mathbf{u}'(\mathbf{b}-\mathbf{Ax}) \\ \text{Onder} & \mathbf{Dx} \leq \mathbf{e} \\ & \mathbf{x} \geq 0, \text{ geheel}\end{array}$$

Zij  $Z_{LR}(\mathbf{u})$  de (optimale) doelstellingswaarde van de Lagrange relaxatie LR en zij

$$Z_{LD} = \min_{\mathbf{u} \geq 0} Z_{LR}(\mathbf{u})$$

In welke gevallen geldt:

$$Z_{LP} > Z_{LD}$$

$$Z_{LP} = Z_{LD}$$

$$Z_{LP} < Z_{LD}$$

4b

Voor het vinden van een (lokaal) minimum van een (tweemaal continu differentieerbare) functie kunnen zoekmethoden worden gebruikt die zijn gebaseerd op het herhaald uitvoeren van de stap:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k$$

Hierin is het punt  $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$  de  $k$ -de poging (schatting of benadering van het minimum),  $\mathbf{p}_k \in \mathbb{R}^n$  de zoekrichting naar het volgende punt en  $\alpha_k \in \mathbb{R}$  een scalair die zorgt voor de stapgrootte tot het volgende punt.

Voor het bepalen van de zoekrichting  $\mathbf{p}_k$  bestaan verschillende methoden, waaronder steepest descent (gradiënt methode), de methode van Newton en de quasi-Newton methoden. Wat zijn de voor- en nadelen van deze verschillende manieren om de zoekrichting te bepalen.