

Tentamen Bedrijfseconometrie deel 1
22 oktober 2007, 12.00-14.00

Opgave 1

Gegeven is het Lineaire Programmeringsprobleem (1)

$$\begin{array}{ll}\text{Max} & x_1 + x_2 \\ \text{Onder} & 6x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

- 1a Gegeven is dat de optimale basis bestaat uit x_1 en x_2 . Bepaal de optimale duale variabelen (hiervoor is het niet nodig simplex stappen uit te voeren).
- 1b In vraag 1a is aangegeven dat de optimale basis van probleem (1) bestaat uit x_1 en x_2 . Beschouw nu probleem (2) dat gelijk is aan probleem (1) behalve dat de rechterkant van de eerste restricties verandert van 12 in 10 en de rechterkant van de tweede restrictie verandert van 12 in 6. Op welke wijze is aan te tonen dat de basis bestaande uit x_1 en x_2 nog altijd optimaal is?

Opgave 2

Bereken met het Branch-en-Bound algoritme een optimale oplossing voor het volgende geheeltallige probleem.

$$\begin{array}{ll}\text{Max} & 9x_1 + 10x_2 + 9x_3 \\ \text{Onder} & 8x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 13 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ en geheel}\end{array}$$

Begin de berekening met de ondergrens $LB = 0$.

Opgave 3

3a

Beschouw het volgende geheeltallig programmeringsprobleem.

$$\begin{array}{ll}\text{Max} & x_1 + x_2 \\ \text{Onder} & 6x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ en geheel}\end{array}$$

Oplossing van de LP relaxatie van bovenstaand probleem leidt tot de basis x_1 en x_2 met de waarden $4/3$ en 2 en

$$B^{-1} \text{ is } \begin{bmatrix} 2/9 & -1/9 \\ -1/6 & 1/3 \end{bmatrix}$$

Vindt een snede (valid inequality) met de methode van Gomory.

3b

Gegeven is het geheeltallig programmeringsprobleem:

$$\begin{array}{ll}\text{Max} & 2x_1 + 6x_2 + x_3 \\ \text{Onder} & 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 \leq 9 \\ & x_1 + x_3 \leq 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ en geheel}\end{array}$$

Bovenstaand probleem is op te lossen door gebruik te maken van Lagrange Relaxatie, waarbij de eerste of de tweede restrictie gerelaxeerd zou kunnen worden. Geef aan welke van beide restricties het beste kan worden gerelaxeerd en welke argumenten een rol spelen bij uw keuze.

Opgave 4

4a

De netwerk simplex methode kan gebruikt worden voor bepaalde problemen die op een netwerk zijn gedefinieerd. In de netwerk simplex methode corresponderen opspannende bomen van het netwerk met bases van het (gereduceerde) bijhorende Lineaire Programmeringsprobleem.

Start van de primale simplex methode is een toegelaten basisoplossing. Analoog begint de netwerk simplex methode met een toegelaten opspannende boom oplossing. De oplossing horende bij een willekeurige opspannende boom kan echter ook negatieve stromen hebben (en dus niet toegelaten zijn). In zijn algemeenheid kan het lastig zijn om bij een gegeven netwerk een toegelaten beginoplossing te vinden (d.w.z. een opspannende boom met uitsluitend niet-negatieve stromen).

Op welke wijze is het mogelijk om altijd een toegelaten beginoplossing te vinden?

4b

Voor het vinden van een (lokaal) minimum van een (tweemaal continu differentieerbare) functie kunnen zoekmethoden worden gebruikt die zijn gebaseerd op het herhaald uitvoeren van de stap:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$$

Hierin is het punt $x_k \in \mathbb{R}^n$ de k-de poging (schatting of benadering van het minimum), $p_k \in \mathbb{R}^n$ de zoekrichting naar het volgende punt en $\alpha_k \in \mathbb{R}$ een scalair die zorgt voor de stapgrootte tot het volgende punt.

Beschrijf de essentie van een methode waarmee de scalair α_k kan worden bepaald.