

**Dit is het hertentamen voor het vak:
Basiswiskunde 2 voor AI**

Gebruik van rekenmachine, formuleblad of aantekeningen is niet toegestaan.

1. Het vlak V wordt gegeven door de volgende vergelijking,

$$V : 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 4.$$

- (a) Geef een normaalvector van V .
- (b) Geef een parametervoorstelling van het vlak V .

2. De vectoren $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ en $\mathbf{w}$ uit $\mathbb{R}^3$ zijn gegeven door

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bereken de inwendige producten $(\mathbf{u} - \mathbf{v}, \mathbf{w})$ en $(\mathbf{u}, \mathbf{v} - \mathbf{w})$.

Het vlak V in $\mathbb{R}^3$ wordt gedefinieerd door

$$V : \mathbf{x} = \lambda \mathbf{u} + \mu \mathbf{v}, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

- (b) Bepaal de projectie van $\mathbf{w}$ op V .

3. De matrix A_k , met $k \in \mathbb{R}$, is gegeven door:

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & k \end{pmatrix}.$$

- (a) Bereken de determinant van A_k .
- (b) Voor welke k is A_k niet inverteerbaar?
- (c) Kies $k = 3$. Bepaal de inverse van A_3 .

Z.O.Z.

4. Gegeven is het volgende stelsel vergelijkingen:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 &= 3, \\4x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 5, \\3x_1 + x_2 + x_3 &= 2.\end{aligned}$$

(a) Geef alle oplossingen van bovenstaand stelsel.

Het gegeven stelsel kan ook geschreven worden als een matrixvergelijking, $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, waarbij de kolomvectoren van de matrix A er als volgt uit zien:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(b) Is het stelsel $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ lineair onafhankelijk? Verklaar je antwoord.

5. Bekijk het volgende stelsel:

$$\begin{aligned}x(n) &= 0.9x(n-1) + 0.4y(n-1), \\y(n) &= 0.1x(n-1) + 0.6y(n-1).\end{aligned}$$

(a) We definiëren de vector $\mathbf{v}(n) = (x(n), y(n))$. Schrijf het stelsel om tot $\mathbf{v}(n) = A\mathbf{v}(n-1)$ en bepaal de eigenwaarden en bijbehorende eigenvectoren van A .

(b) Gegeven is de beginvector $\mathbf{v}(0) = (1, 1)$. Druk $\mathbf{v}(0)$ uit als lineaire combinatie van de in het vorige onderdeel gevonden eigenvectoren van A .

(c) Bepaal $\mathbf{v}(n) = A^n \mathbf{v}(0)$.

(d) Bepaal de evenwichtstoestand $\mathbf{v}(\infty) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{v}(n)$.

6. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x, y) = xy(1 - x - y).$$

(a) Bepaal de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(1, 1, -1)$.

(b) Bepaal de singuliere punten van f .

(c) Ga na of er in de punten uit het vorige onderdeel sprake is van een lokaal minimum of maximum, of dat we te maken hebben met een zadelpunt.

Normering:

1 : a) 1	2 : a) 2	3 : a) 3	4 : a) 4	5 : a) 4	6 : a) 3
b) 3	b) 4	b) 2	b) 2	b) 2	b) 4
		c) 4		c) 2	c) 3
				d) 2	
4	6	9	6	10	10

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{aantal punten}}{5} + 1$$