

**Dit is het tentamen voor het vak:
Basiswiskunde 2 voor AI**

Gebruik van rekenmachine, formuleblad of aantekeningen is niet toegestaan.

1. Het vlak V heeft als parametervoorstelling

$$V : \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \text{ met } \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

Het vlak kan ook gedefinieerd worden als

$$V : c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 = 1.$$

Bepaal c_1 , c_2 en c_3 .

2. De vectoren $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ en $\mathbf{w}$ uit $\mathbb{R}^3$ zijn gegeven door

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bereken de inwendige producten $(\mathbf{u} - \mathbf{w}, \mathbf{v})$ en $(\mathbf{w}, \mathbf{v} + \mathbf{u})$.

Het vlak V in $\mathbb{R}^3$ wordt gedefinieerd door

$$V : \mathbf{x} = \lambda\mathbf{u} + \mu\mathbf{v}, \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

- (b) Bepaal de projectie van $\mathbf{w}$ op V .

3. De matrix A met kolomvectoren $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ en $\mathbf{w}$ uit $\mathbb{R}^3$ is als volgt gegeven:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}, \text{ waarbij } \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \mathbf{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Ga na of het stelsel $\{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ lineair onafhankelijk is.
(b) Bepaal de dimensie van de beeldruimte van A ($\text{Im}(A)$).
(c) Bepaal de dimensie van de kern van A ($\text{Ker}(A)$). Motiveer je antwoord.

Z.O.Z.

4. De matrix A wordt gegeven door:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Geef de determinant van A .
- (b) Bepaal de inverse van A .
- (c) Los nu het volgende stelsel vergelijkingen op:

$$\begin{aligned} -x_1 - 2x_2 + x_3 &= 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 3. \end{aligned}$$

5. Bekijk het volgende stelsel:

$$\begin{aligned} x(n) &= 4x(n-1) - y(n-1), \\ y(n) &= -2x(n-1) + 3y(n-1). \end{aligned}$$

- (a) We definiëren de vector $\mathbf{v}(n) = (x(n), y(n))$. Schrijf het stelsel om tot $\mathbf{v}(n) = A\mathbf{v}(n-1)$ en bepaal de eigenwaarden en bijbehorende eigenvectoren van A .
- (b) Gegeven is de beginvector $\mathbf{v}(0) = (1, 1)$. Druk $\mathbf{v}(0)$ uit als lineaire combinatie van de in het vorige onderdeel gevonden eigenvectoren van A .
- (c) Bepaal $\mathbf{v}(n) = A^n \mathbf{v}(0)$.
- (d) Bereken

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x(n)}{y(n)}.$$

6. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x, y) = x^4 - 6x^2 + 2y^2 + 4xy + 3.$$

- (a) Bepaal de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(1, 1, 4)$.
- (b) Bepaal de singuliere punten van f .
- (c) Ga na of er in de punten uit het vorige onderdeel sprake is van een lokaal minimum of maximum, of dat we te maken hebben met een zadelpunt.

Normering:

1 : 4	2 : a) 2	3 : a) 4	4 : a) 3	5 : a) 4	6 : a) 3
	b) 3	b) 2	b) 4	b) 2	b) 4
		c) 1	c) 2	c) 2	c) 3
				d) 2	
4	5	7	9	10	10

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{aantal punten}}{5} + 1$$