

**Het gebruik van rekenmachine, een formuleblad,
het boek of aantekeningen is niet toegestaan!**

1. Het vlak V in $\mathbb{R}^3$ wordt gegeven door de vergelijking

$$2x - y + 3z = 4.$$

Geef een parametervoorstelling van dit vlak.

2. De vectoren $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ en $\mathbf{w}$ uit $\mathbb{R}^3$ zijn gegeven door

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- a) Laat zien dat de vectoren $\mathbf{u}$ en $\mathbf{v}$ loodrecht op elkaar staan.
- b) Bereken de lengte van de vector $\mathbf{u} - \mathbf{v}$.

Het vlak V in $\mathbb{R}^3$ wordt gedefinieerd door

$$V: \quad \mathbf{x} = \lambda \mathbf{u} + \mu \mathbf{v}, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

- c) Bepaal de projectie van $\mathbf{w}$ op V .

3. De matrix A is gegeven door:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Laat zien dat de kolomvectoren van A afhankelijk zijn.
- b) Bereken de determinant van A .
Is A inverteerbaar? Is A^7 inverteerbaar?

Z.O.Z.

4. De matrix A en de vector $\mathbf{b}$ zijn gegeven door

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{en} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

a) Bepaal alle oplossingen $\mathbf{x}$ van:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}.$$

b) Wat is de dimensie van de beeldruimte van A ($\text{Im}(A)$)? Verklaar je antwoord.

5. Bekijk het volgende stelsel:

$$\begin{cases} p(t) &= 0.8p(t-1) + 0.6q(t-1), \\ q(t) &= 0.2p(t-1) + 0.4q(t-1). \end{cases}$$

a) We definiëren de vector $\mathbf{v}(t) = (p(t), q(t))$. Schrijf het stelsel om tot $\mathbf{v}(t) = A\mathbf{v}(t-1)$ en bepaal de eigenwaarden en bijbehorende eigenvectoren van A .

b) Gegeven is de beginvector $\mathbf{v}(0) = (p(0), q(0)) = (3, 5)$. Druk $\mathbf{v}(0)$ uit als lineaire combinatie van de eigenvectoren van A .

c) Geef de oplossing van het stelsel $\mathbf{v}(t) = A\mathbf{v}(t-1)$ met beginvoorwaarde $\mathbf{v}(0) = (3, 5)$.

d) Bepaal de evenwichtstoestand $\mathbf{v}(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{v}(t)$.

6. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x, y) = 2x^3 - 3x^2 + 4y^2 - 12xy + 10.$$

a) Bepaal de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(1, 1, 1)$.

b) Bepaal de singuliere punten van f .

c) Ga na of er zich in de bij b) gevonden punten een lokaal minimum of maximum bevindt, of dat we te maken hebben met een zadelpunt.

Normering:

1 : 2	2 : a) 1	3 : a) 3	4 : a) 2	5 : a) 4	6 : a) 2
	b) 1	b) 3	b) 2	b) 2	b) 3
	c) 5			c) 2	c) 3
				d) 1	
—	—	—	—	—	—
2	7	6	4	9	8

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$