

Het gebruik van rekenmachine, een formuleblad,
het boek of aantekeningen is niet toegestaan!

1. Het vlak V heeft als parametervoorstelling

$$V : \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \text{met } \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

Het vlak kan ook gedefinieerd worden als

$$V : c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 = 1.$$

Bepaal c_1, c_2 en c_3 .

2. De vectoren $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ en $\mathbf{w}$ uit $\mathbb{R}^3$ zijn gegeven door

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- a) Bereken de inwendige producten $(\mathbf{u}, \mathbf{v})$, $(\mathbf{u}, \mathbf{w})$ en $(\mathbf{v}, \mathbf{w})$.
Bereken verder de lengtes van vectoren $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ en $\mathbf{w}$.

Het vlak V in $\mathbb{R}^3$ wordt gedefinieerd door

$$V : \mathbf{x} = \lambda \mathbf{u} + \mu \mathbf{v}, \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

- b) Bepaal de projectie van $\mathbf{w}$ op V .

3. De matrix A_k , met $k \in \mathbb{R}$, is gegeven door:

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & k \end{pmatrix}.$$

- a) Bereken de determinant van A_k .
Voor welke k is A_k niet inverteerbaar?
- b) Kies $k = -6$. Bepaal de inverse van A_{-6} .

Z.O.Z.

4. De matrix A en de vector $\mathbf{b}$ zijn gegeven door

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 2 & 8 & 1 \\ -1 & 3 & 10 \end{pmatrix}, \quad \text{en} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

a) Bepaal alle oplossingen $\mathbf{x}$ van:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}.$$

b) Wat is de dimensie van de beeldruimte van A ($\text{Im}(A)$)? Verklaar je antwoord.

5. Bekijk het volgende stelsel:

$$\begin{cases} p(t) &= 0.7p(t-1) + 0.2q(t-1), \\ q(t) &= 0.3p(t-1) + 0.8q(t-1). \end{cases}$$

a) We definiëren de vector $\mathbf{v}(t) = (p(t), q(t))$. Schrijf het stelsel om tot $\mathbf{v}(t) = A\mathbf{v}(t-1)$ en bepaal de eigenwaarden en bijbehorende eigenvectoren van A .

b) Gegeven is de beginvector $\mathbf{v}(0) = (p(0), q(0)) = (5, 5)$. Druk $\mathbf{v}(0)$ uit als lineaire combinatie van de eigenvectoren van A .

c) Geef de oplossing van het stelsel $\mathbf{v}(t) = A\mathbf{v}(t-1)$ met beginvoorwaarde $\mathbf{v}(0) = (5, 5)$.

d) Bepaal de evenwichtstoestand $\mathbf{v}(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{v}(t)$.

6. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x, y) = x^2y + 2xy + y^2 - 3.$$

a) Bepaal de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(1, 1, 1)$.

b) Bepaal de singuliere punten van f .

c) Ga na of er zich in de bij b) gevonden punten een lokaal minimum of maximum bevindt, of dat we te maken hebben met een zadelpunt.

Normering:

1 : 3	2 : a) 2 b) 5	3 : a) 2 b) 3	4 : a) 2 b) 2	5 : a) 4 b) 2 c) 2 d) 1	6 : a) 2 b) 3 c) 3
3	7	5	4	9	8

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$