

Dit tentamen bevat 9 opgaven!

1. Gegeven is het volgende stelsel:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = a \\ x + 3y + 4z = b \\ 2x + 5y + 7z = -2 \end{cases}.$$

- a. Geef de relatie tussen a en b waarvoor dit stelsel oneindig veel oplossingen heeft.
- b. Geef de oplossing voor $a = 1$ en $b = -3$.

2. Bereken de eigenwaarden en eigenvectoren van de volgende matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & -2 & -1 \\ 4 & -4 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Jullie hebben gemerkt dat vrijwel altijd bij het bepalen van de eigenwaarden van een matrix, dat bij de determinant van $A - \lambda I$ de rij-sommen gelijk zijn, voor vele matrices A . Nu maken we deze matrices met behulp van diagonalisatie. Dit betekent dat we de eigenwaarden en eigenvectoren kiezen en dan de uiteindelijke matrix creëren. Leg uit hoe het kan dat we kunnen kiezen dat de rij-sommen van de determinant van $A - \lambda I$ gelijk zijn.
4. Geef de algemene reële oplossing van de volgende differentiaalvergelijkingen:
- a. $y'(x) - 3y'(x) = e^{6x}$,
- b. $y''(x) - y(x) = e^x$.
- c. $y''(x) + 2y'(x) + 5y(x) = 0$.

5. Gegeven is het volgende stelsel en de matrix A

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= -2x(t) & -y(t) \\ \dot{y}(t) &= x(t) & -2y(t) \end{cases}.$$

- a. Geef de algemene reële oplossing van dit stelsel.
- b. We zien dat de oplossingen van het stelsel stabiel zijn in de zin dat

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Stel we bekijken het volgende stelsel:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix},$$

met B een willekeurige matrix. De matrix B heeft twee eigenwaarden die

- beide reëel kunnen zijn, $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$.
- gelijk zijn $\lambda_1 = \lambda_2 \in \mathbb{R}$.
- complex zijn $\lambda_1 = a + bi$ en $\lambda_2 = a - bi$.

Geef voor elk van de drie situaties aan waar de eigenwaarden aan moeten voldoen als de algemene oplossing stabiel moet zijn. Je mag hier volstaan met het antwoord.

6. We kunnen "lopen" karakteriseren doordat er bij elke twee stappen een periode is waarin beide voeten in contact zijn met de grond. Bij "rennen" is er bij twee stappen telkens maar één voet dit contact maakt met de grond. Als we steeds harder gaan lopen, dan gaan we op een gegeven moment rennen. Als we steeds langzamer gaan rennen, dan gaan we op een gegeven moment weer lopen. Deze twee overgangen kunnen we zien als twee *fasetransities*.

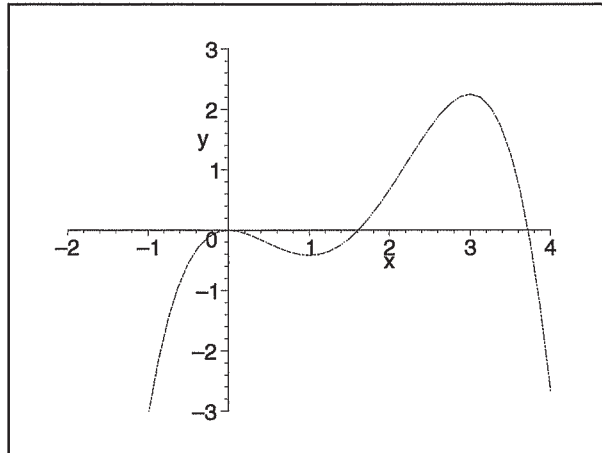
- a. Geef voor dit experiment aan wat de controleparameter is en wat de ordeparameter is.
- b. Er is bij dit experiment sprake van hysteresis. Leg uit hoe zich dat zou kunnen uiten.

7. Gegeven is de volgende differentiaalvergelijking:

$$\dot{x} = x^3 - 4x^2 + 3x$$

- Bereken de stationaire punten van deze differentiaalvergelijking.
- Bereken de potentiaal die bij dit probleem hoort.

Voor $C = 0$ ziet de potentiaal er als volgt uit.



- Geef van elk van de stationaire punten aan of ze stabiel zijn.

8. Gegeven is de volgende éédimensionale afbeelding

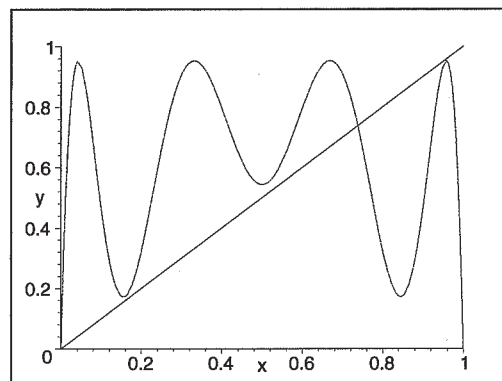
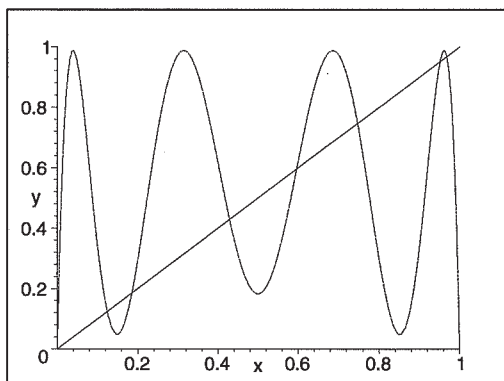
$$x_{n+1} = \frac{1}{2} + x_n - \frac{1}{2}x_n^2;$$

Geef de vaste punten van deze afbeelding en bereken of ze lineair stabiel zijn.

9. Gegeven is de logistische vergelijking

$$x_{n+1} = f(x_n) \text{ met } f(x) = rx(1-x).$$

In de onderstaande grafieken zien we $f_3(x) = f(f(f(x)))$ voor $r = 3.95$ en $r = 3.81$. Geef aan in welk situatie (linker of rechter plaatje) **intermittency** op kan treden. Motiveer je antwoord.



Normering

Vooraf	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Totaal
	a b			a b c	a b	a b	a b			
	2 2			3 3 3	3 3	2 2	3 2 2			
5	4	6	3	9	6	4	7	3	3	50