

1. Gegeven is het volgende stelsel:

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ 2y + pz = 0 \\ -3x + 7y + -2z = 0 \end{cases}.$$

- Voor welke waarde(n) van p heeft dit stelsel precies één oplossing?
- Voor welke waarde(n) van p heeft dit stelsel oneindig veel oplossingen? Geef deze oplossingen.

2. Gegeven is de volgende matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 7 & -2 \end{pmatrix}.$$

- Laat zien dat $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- Wat betekent dit voor de matrix A ?
- Bereken de eigenwaarden en eigenvectoren van A .
- Met de eigenwaarden en eigenvectoren van A kunnen we de matrices S , D , en S^{-1} maken zodat $A = SDS^{-1}$. Hoe kunnen we met behulp van deze drie matrices de inverse van A uitrekenen? (N.B. je hoeft voor deze opgave S en S^{-1} niet uit te rekenen).

$$(\text{Hint: als } D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \text{ dan geldt } D^k = \begin{pmatrix} \lambda_1^k & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^k & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^k \end{pmatrix}.)$$

3. Gegeven zijn de volgende vectoren:

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- Bereken de lengtes van v en w en de afstand tussen v en w .
- Bereken $v \bullet w$ en $v \times w$.

Z.O.Z



4. Gegeven zijn de volgende functies:

$$f(x) = \ln(1 - 2x)^3, \quad g(x) = \frac{-6}{1 - 2x}.$$

a. Laat zien dat $f'(x) = g(x)$.

We kunnen de functie g zien als som van een meetkundige reeks.

b. Noteer deze meetkundige reeks en geef aan voor welke waarden van x de reeks convergeert.

c. Bereken de eerste drie termen van de Taylorbenadering van $f(x)$ en $g(x)$ in het punt $x = 0$.

Maak voor de Taylorbenadering van $f(x)$ gebruik van onderdeel a.

d. Wat is de relatie tussen de Taylorbenadering van $f(x)$ de Taylorbenadering van $g(x)$?

5. Bereken de gradient van

a. $f(x, y) = \sqrt{xy}$ b. $g(x, y) = \ln \frac{x}{y}$.

6. Hoe kunnen we de *Driehoek van Pascal* gebruiken om $(a + b)^n$ uit te rekenen?

7. Bereken

a. $\int \frac{1}{x \ln x} dx$;
b. $\int x(e^x + e^{-x}) dx$;
c. $\int_0^\infty \frac{2}{1 + 4x^2} dx$.

8. Gegeven is de volgende herhaalde integraal:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_x^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos y}{y} dy dx.$$

a. Schets het integratiegebied en geef nieuwe grenzen die nodig zijn om de integratievolgorde te verwisselen.

b. Verwissel de integratievolgorde en bereken de herhaalde integraal.

Normering

Vooraf	1	2	3	4	5	6	7	8	Totaal
	a b 2 2	a b c d 1 2 4 3	a b 2 2	a b c d 2 2 4 2	a b 2 2		a b c 2 2 2	a b 2 2	
5	4	10	4	10	4	3	6	4	50

