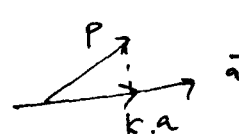


- 1) a) Bereken de inproducten $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 - 2 + 0 = 0$; $\vec{a} \cdot \vec{c} = 2 + 8 - 10 = 0$
en $\vec{b} \cdot \vec{c} = 4 - 4 + 0 = 0$. Omdat de inproducten 0 zijn,
staan de vectoren loodrecht op elkaar.

b) Los op: $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & -5 & 11 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & -5 & 0 & -10 \\ 0 & -4 & -9 & 1 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -9 & 9 \end{array} \right]$

We vinden $x=3$; $y=2$ en $z=-1$.

c) $\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{p}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{p}|} = \frac{5 + 22}{3 \cdot \sqrt{146}} = \frac{27}{3\sqrt{146}}$; $\alpha \approx 42^\circ$.

d)  $\vec{p} - k \cdot \vec{a} \perp \vec{a}$: Dus $k = \frac{\vec{a} \cdot \vec{p}}{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \frac{27}{9} = 3$.

2) a) $\sum_{n=0}^{\infty} 3 \cdot 2^{1-2n} = \sum_{n=0}^{\infty} 3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} 6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n$
MR met $r = \frac{1}{4}$ heeft som $\frac{a}{1-r} = \frac{6}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3} \cdot 6 = 8$.

- b) Het is een MR met $r = \frac{1}{x^2}$. Convergent als $-1 < \frac{1}{x^2} < 1$
voor positieve x betekent dat $x > 1$.

De som is dan: $\frac{3x}{1-\frac{1}{x^2}} = \frac{3x^3}{x^2-1}$

c) Bereken het minimum van $S(x) = \frac{3x^3}{x^2-1}$. De afgeleide
is $S'(x) = \frac{9x^2(x^2-1) - 2x \cdot 3x^3}{(x^2-1)^2} = \frac{9x^4 - 9x^2 - 6x^4}{(x^2-1)^2} = \frac{3x^4 - 9x^2}{(x^2-1)^2}$

$S'(x) = 0$ voor $3x^2(x^2-3) = 0$; als $x > 1$ (zie boven) is $x = \sqrt{3}$

Tekenverloop $S'(x)$ $\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ | \quad | \quad | \\ \quad \quad \sqrt{3} \quad \end{array}$. Dus S is
minimaal voor $x = \sqrt{3}$.

3) a) $f(x) = \sin(2x) - 2\cos x$ dus $f'(x) = 2\cos 2x + 2\sin x$
en $f'(0) = 2$. Reektyl: $y = f(0) + f'(0) \cdot x$

$y = -2 + 2x$.

b) $\sin(2x) = (2x) - \frac{(2x)^3}{3!} + \dots = 2x - \frac{8x^3}{6} + \dots$
 $2\cos x = 2 \left[1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots \right] = 2 - x^2 + \frac{x^4}{12} - \dots$

$\sin 2x - 2\cos x = \dots = \underbrace{-2 + 2x + x^2 - \frac{4}{3}x^3 - \frac{x^4}{12} + \dots}_{\text{vierdegrads polynoom.}}$

4) $P = \frac{M}{1+a \cdot e^{-bt}}$; $M=100$ (eindresultaat!); $P(0)=20$; dus $a=4$
 $49,1 = \frac{100}{1+4e^{-0,15t}} \Rightarrow b=0,15$. $P = \frac{100}{1+4 \cdot e^{-0,15t}}$.

$$5) a) \int_1^{e^2} \frac{(x-2)^2}{x} dx = \int_1^{e^2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x} dx = \int_1^{e^2} \left[x - 4 + \frac{4}{x} \right] dx =$$

$$= \left[\frac{1}{2} x^2 - 4x + 4 \ln x \right]_1^{e^2} = \left(\frac{1}{2} e^4 - 4e^2 + 8 \right) - \left(\frac{1}{2} - 4 + 0 \right) =$$

$$= \frac{1}{2} e^4 - 4e^2 + 11\frac{1}{2} \approx 9,2.$$

$$b) \int_1^8 x^{1/3} \ln x dx = \left[\frac{3}{4} x^{4/3} \ln x \right]_1^8 - \int_1^8 \frac{3}{4} x^{4/3} \cdot \frac{1}{x} dx =$$

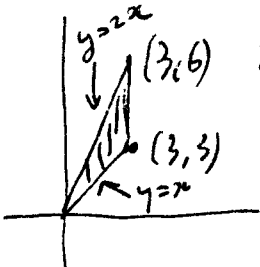
$$= \left[\frac{3}{4} x^{4/3} \ln x - \left(\frac{3}{4} \right)^2 x^{4/3} \right]_1^8 = \frac{3}{4} x^{4/3} \left(\ln x - \frac{3}{4} \right) \Big|_1^8 \approx 16,5$$

- 6) a) $\text{grad } f = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$; $\tan \varphi = \left\| \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \right\| = 5$; $\sin \varphi \approx 78,7^\circ$
- b) $\text{grad } f = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ geeft richting van grootste stijging. Loodrecht daerop loopt de niveaulijn. Richting niveaulijn dus $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$.
- c) $\frac{\text{grad } f \cdot \vec{s}}{\|\vec{s}\|} = \tan \varphi = \frac{\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$; dus: $\varphi \approx -35,2^\circ$.

7) a) $f(x,y) = x^2y + 2xy^2 - 6xy$
 $f_x(x,y) = 2xy + 2y^2 - 6y = 2y(x+y-3)$; $f_x(1,1) = -2$
 $f_y(x,y) = x^2 + 4xy - 6x = x(x+4y-6)$; $f_y(1,1) = -1$
 $f(1,1) = 1 + 2 - 6 = -3$.
 Reekvlak: $z = -3 - 2(x-1) - 1(y-1) =$
 $= -3 - 2x + 2 - y + 1 = -2x - y$.

	$f_{xx}(x,y) = 2y$	$f_{xy}(x,y) = 4x$	$f_{yy}(x,y) = 2x + 4y - 6$	Δ	
$(0,0)$	0	0	-6	-36	geen uw
$(0,3)$	6	0	6	-36	geen uw
$(6,0)$	0	24	6	-36	geen uw
$(2,1)$	2	8	2	12	minimum.

8) a) $\int_1^2 \left(\int_3^4 (x-2y+1) dx \right) dy = \int_1^2 \left[\frac{1}{2} x^2 - 2xy + x \right]_{x=3}^{x=4} dy = \int_1^2 (4\frac{1}{2} - 2y) dy =$
 $\left[4\frac{1}{2}y - y^2 \right]_1^2 = (9 - 4) - (4\frac{1}{2} - 1) = 5 - 3\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}.$

b)  Step 1: $\int_x^{2x} \cos(x^2) dy = x \cos(x^2)$
 Step 2: $\int_0^3 x \cos(x^2) dx = \frac{1}{2} \sin(x^2) \Big|_0^3 = \frac{1}{2} \sin 9 \approx 0,21$

