

1. Toon aan dat $\sqrt{17}$ geen rationaal getal is.
2. Laat p , q en r proposities zijn. Ga na of de volgende uitspraken tautologiën zijn (geef de waarheidstabellen):

- (a) $((p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$
- (b) $(\neg(p \wedge q) \wedge r) \leftrightarrow ((p \vee q) \rightarrow (r \wedge (p \rightarrow q)))$.

3. Gegeven zijn de volgende verzamelingen

$$V = \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\} \quad \text{en} \quad W = \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}\}.$$

- (a) Schrijf alle elementen op van $V \cap W$, $V \cup W$ en $V \times W$.
- (b) Uit hoeveel elementen bestaat de machtverzameling $\mathcal{P}(V \times W)$?
- (c) Zeg van de volgende beweringen of ze waar of onwaar zijn [licht kort toe!].
 - i. $\{\emptyset\} \subset W$,
 - ii. $\{\{\emptyset\}, \emptyset\} \in V \cap W$,
 - iii. $\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \subset W$
 - iv. $\{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \in V \times W$,
 - v. $(\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}) \in V \times W$,
 - vi. $(\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}, \emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}) \in W \times V$.
4. Laat A , B , C en D deelverzamelingen zijn van een universum U . Ga na of de volgende gelijkheden gelden [antwoord 'ja' volstaat; als het 'nee' is, graag een tegenvoorbeeld]
 - (a) $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$,
 - (b) $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$,
 - (c) $(A \times B)^c = A^c \times B^c$,
 - (d) $(A \times B) \cup (A^c \times B^c) = U \times U$,
 - (e) $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$.
5. Laat $f : V \longrightarrow W$ een functie zijn van een willekeurige verzameling V naar een willekeurige verzameling W . Zij gegeven een oneindige rij deelverzamelingen $A_1, A_2, \dots$ van V , en een oneindige rij deelverzamelingen $B_1, B_2, \dots$ van W .

- (a) Toon aan

$$f \left[\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \right] \subset \bigcap_{n=1}^{\infty} f[A_n].$$

Laat aan de hand van een eenvoudig voorbeeld zien dat het gelijktteken in het algemeen niet geldt.

- (b) Toon aan

$$f^{-1} \left[\bigcap_{n=1}^{\infty} B_n \right] = \bigcap_{n=1}^{\infty} f^{-1}[B_n].$$

- (c) Waar of onwaar? Hier is $A \subset V$ en $B \subset f[V]$. (bewijzen als het waar is, een tegenvoorbeeld geven als het onwaar is!).

$$(i) f^{-1}[f[A]] = A, \quad (ii) f[f^{-1}[B]] = B.$$

Puntenwaardering

opgave	a.	b.	c.	d.	e.
1.	15	-	-	-	-
2.	10	10	-	-	-
3.	5	5	15	-	-
4.	5	5	5	5	5
5.	5	5	5		

Het cijfer wordt als volgt berekend:

$$\text{eindcijfer} := \max(1, \min(10, \text{round}(\text{puntentotaal}/10))).$$