

1. Toon aan:

$$(p \vee q \Rightarrow p \wedge q) \Longleftrightarrow ((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \quad \text{is een tautologie.}$$

2. Bewijs of weerleg:

(i) $\forall A \subset \mathbb{R} \quad \exists B \subset \mathbb{R} : A \cap B \subset A \cup B$;
[$\subset$ betekent "echte deelverzameling van".]

(ii) $\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad \exists z \in \mathbb{N} :$

$$z < (x + y + 10)^2.$$

3. Toon aan, m.b.v. volledige inductie, dat voor elke $n \in \mathbb{N}$ geldt:

$$\sum_{k=2}^{2n} k = (2n-1)(n+1).$$

4. [U kunt in vraag 4 volstaan met het geven van de antwoorden; in de antwoorden dienen eventuele binomiaalcoëfficiënten wel uitgewerkt te worden.]

Een groep studenten bestaat uit 9 meisjes en 1 jongen. Ga na op hoeveel manieren men uit deze groep een commissie van 4 studenten kan samenstellen, indien:

- (i) er verder geen enkele beperking wordt opgelegd;
- (ii) die ene jongen niet in de commissie mag voorkomen;
- (iii) die ene jongen beslist in de commissie moet zitten.

Z.O.Z.

5. [U kunt in vraag 5 volstaan met het geven van de antwoorden.]
De functies $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ en $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ worden gegeven door

$$f(x, y) = (y, x - y, x + y) \quad ((x, y) \in \mathbb{R}^2),$$

en

$$g(x, y, z) = x - y + z \quad ((x, y, z) \in \mathbb{R}^3).$$

- (i) Is de functie f injectief?
Is de functie g injectief?
Is de functie f surjectief?
Is de functie g surjectief?
- (ii) Bepaal $(g \circ f)[[0, 1] \times [0, 1]]$.
Bepaal $(g \circ f)^{-1}[[0, 3]]$.

6. Laat zien dat er 2 verschillende, niet-eindige, échte deelverzamelingen van $\mathbb{N}$ bestaan, die tóch gelijkmachting zijn.

7. De rij $(a_n)_n$ van reële getallen is gegeven door:

$$a_1 = 10 \quad \text{en} \quad a_{n+1} = \sqrt[3]{7a_n - 6}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Toon achtereenvolgens aan:

- (i) $\forall n \in \mathbb{N}: a_n > 1$.
(ii) de rij $(a_n)_n$ is monotoon dalend;
(iii) de rij $(a_n)_n$ is convergent (zeg met limiet L);
(iv) $L = 2$.

Normering:

$$1:4, \quad 2:6, \quad 3:6, \quad 4:3, \quad 5:6, \quad 6:3, \quad 7:8.$$

$$\text{Eindcijfer} := \frac{\text{Totaal}}{4} + 1.$$