

1. M.b.v. en waarheidstabel: I

P	Q	$P \wedge Q$	$\neg Q$	$P \Rightarrow \neg Q$	$\neg(P \Rightarrow \neg Q)$	$P \wedge Q \Leftrightarrow \neg(P \Rightarrow \neg Q)$
0	0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1

In de laatste kolom louters eenen, dus de equivalentie is een tautologie.

2. (i) Antwaa: Neem $A = \mathbb{R}$ dan geldt voor elke $B \subset \mathbb{R}$:
 $\#(A^c \cap B) = \#(\emptyset \cap B) = \#\emptyset = 0 \neq 1$

De ontkenning van de gegeven bewering is dan waar; de bewering zelf dus waar.

(ii) Waar: • Als $A = \emptyset$ neem dan $B = \{1\}$ dan
 $\#(A \Delta B) = \#B = 1$

• Als $A \neq \emptyset$ neem dan een $p \in A$ (dat kan!)
 en neem dan $B = A \setminus \{p\}$ dan ook
 $\#(A \Delta B) = \#\{p\} = 1$

3. (i) basin: We gaan na of de bewering waar is voor $n=1$.
 Welnu: als $n=1$ dan $2^{1+2} + 2 = 2^3 + 2 = 8 + 2 = 10 \neq 6$
 en dat is dus waar door 3.

(ii) inductiestap: Stel dat de bewering waar is voor een of andere $m \in \mathbb{N}$; d.w.z. $2^{m+2} + 2$ is deelbaar door 3.
 We proberen hieruit af te leiden dat de bewering dan ook waar is voor de opvolger van m , dus voor $m+1$.
 Welnu: $2^{(m+1)+2} + 2 = 2^{m+3} + 2 = 4 \cdot 2^{m+2} + 2 =$

$3 \cdot 2^{m+2} + (2^{m+2} + 2)$ en dat is deelbaar door 3 op grond van de inductie-aanname en het feit dat $3 \mid 2^{m+2}$, dus ook in door 3.

4. (i) $\binom{35}{10}$ (ii) $\binom{15}{4}\binom{20}{6} + \binom{15}{5}\binom{20}{5}$

5. Bedenk $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x, 3x+1) = 8x+1$

(i) $g \circ f$ is zowel injectief als surjectief.

(ii) $(g \circ f)([-2, 2]) = [-15, 17]$

$(g \circ f)^{-1}([-2, 2]) = [-\frac{3}{8}, \frac{1}{8}]$

6. Definieer een afbeelding $f: A \times B \rightarrow B \times A$ als volgt: $f(a, b) = (b, a)$ met $(a, b) \in A \times B$

Deze afbeelding is injectief (als $(a, b) \neq (c, d)$ dan $f(a, b) = (b, a) \neq (d, c) = f(c, d)$)

Deze afbeelding is surjectief (neem willek $(b, a) \in B \times A$ dan is er een element uit $A \times B$ (nl (a, b)) met $f(a, b) = (b, a)$.)

De afbeelding f is dan een bijectie en dan zijn $A \times B$ en $B \times A$ per def. gelijk machtig.

7. a) (i) • $a_2 = \sqrt{20+3} = \sqrt{23} > 1 = a_1$, dus $a_2 > a_1$,
 • Stel $a_{m+1} > a_m$ voor een of andere $m \in \mathbb{N}$
 dan $a_{m+2} = \sqrt{20+3a_{m+1}} > \sqrt{20+3a_m} = a_{m+1}$

7. a) (ii). $a_1 = 1 < 10$

- Stel $a_m < 10$ voor zekere $m \in \mathbb{N}$
 dan $a_{m+1} = \sqrt{20 + 3a_m} \stackrel{!}{<} \sqrt{20 + 30} =$
 $= \sqrt{50} < 10$
 dan dan ook $a_{m+1} < 10$.

(iii) De rij $(a_n)_n$ is monotoon (zie (i))
 en begrensd (zie (ii)) dan volgens
 de Monotone Conv. St. is de rij convergent.

b) Voor L moet gelden (op grond v/d recursie-
 formule): $L = \sqrt{20 + 3L}$ dan $L^2 - 3L - 20 = 0$

$$\text{dan } (L-7)(L+4) = 0 \text{ dan } \underline{L=7} \vee \underline{L=-4}$$

Daar $a_1 = 1$ en de rij stijgt valt $L = -4$
 af; dan moet wel gelden: $L = 7$.