



Faculteit der Exacte Wetenschappen	Tentamen Basisbegrippen Wiskunde
Afdeling Wiskunde	21-10-2002
Vrije Universiteit	15:15-17:15 uur

1. Toon aan:

$$p \wedge q \Leftrightarrow \neg(p \Rightarrow \neg q) \quad \text{is een tautologie.}$$

2. Bewijs of weerleg:

- (i) $\forall A \subset \mathbb{R} \quad \exists B \subset \mathbb{R} : \quad \#(A^c \cap B) = 1;$
- (ii) $\forall A \subset \mathbb{R} \quad \exists B \subset \mathbb{R} : \quad \#(A \triangle B) = 1.$

3. Toon aan, m.b.v. volledige inductie, dat voor elke $n \in \mathbb{N}$ geldt:

$$2^{2n} + 2 \quad \text{is deelbaar door 3.}$$

4. [In vraagstuk 4 kunt u volstaan met het geven van de antwoorden.]

Een groep van 35 studenten bestaat uit 15 studenten wiskunde en 20 studenten econometrie. Ga na op hoeveel manieren men uit deze groep een feestcommissie van 10 studenten kan samenstellen indien:

- (i) er verder geen enkele beperking wordt opgelegd;
- (ii) in de commissie tenminste 4 wiskunde-studenten en tenminste 5 econometrie-studenten moeten zitten.

Z.O.Z.

5. [In vraagstuk 5 kunt u volstaan met het geven van de antwoorden.]

De functies $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ en $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ worden gegeven door

$$f(x) = (2x, 3x + 1) \quad (x \in \mathbb{R}),$$

en

$$g(x, y) = x + 2y - 1 \quad ((x, y) \in \mathbb{R}^2).$$

(i) Is de functie $g \circ f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ injectief?

Is de functie $g \circ f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ surjectief?

(ii) Bepaal $(g \circ f) \left[[-2, +2] \right]$.

Bepaal $(g \circ f)^{-1} \left[[-2, +2] \right]$.

6. Gegeven 2 niet-lege verzamelingen $A, B \subset \mathbb{R}$.

Toon aan: $A \times B$ is gelijkmachting met $B \times A$.

7. De rij $(a_n)_n$ van reële getallen is gegeven door

$$a_1 = 1 \quad \text{en} \quad a_{n+1} = \sqrt{28 + 3a_n}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

a) Toon aan:

(i) de rij $(a_n)_n$ is monotoon stijgend;

(ii) $\forall n \in \mathbb{N} : a_n < 10$;

(iii) de rij $(a_n)_n$ is convergent (zeg met limiet L).

b) Bepaal L .

Normering:

1 : 4	2 : 6	3 : 6	4 : 4	5 : 5	6 : 3	7 : a) 5 b) 3
4	6	6	4	5	3	8

$$\text{Eindcijfer} := \frac{\text{Totaal}}{4} + 1.$$

De herkansing van het tentamen Basisbegrippen Wiskunde wordt afgenomen op vrijdag 3 januari 2003. Aanmelden via TISVU.