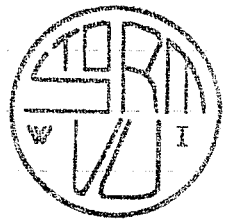


1. We maken een waarheidstabel:

p	q	$\neg p$	$\neg p \Rightarrow q$	$p \vee q$	$(\neg p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee q)$
1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1

Daar de laatste kolom uitsluitend 'enen' bevat, kunnen we concluderen dat de bewering een tautologie is (Men mag dit ook concluderen uit de gelijkheid van de kolommen 4 en 5)



2. (i) Waar: Bewijs m.b.v. rekenregels:

$$(A \setminus B)^c = (A \cap B^c)^c = A^c \cup B^{cc} = A^c \cup B.$$

(maar het kan natuurlijk ook via het aantonen van 2 inclusies)

(ii) Waar: Zij $x \in \mathbb{R}$ willekeurig gegeven.

Neem nu $y = -x - 3$

Dan $x + y + 2 = x - x - 3 + 2 = -1$

en dus geldt nu voor elke $z \in \mathbb{R}$:

$$|z| > -1 = x + y + 2.$$

3. (i) Basis: Voor $n=1$ geldt $2^{n-2}(n+1) = 2^{-1} * 2 = 1$

Voor $n=2$ geldt $2^{n-2}(n+1) = 2^0 * 3 = 3$

dus voor $n=1$ en voor $n=2$ geldt de bewering.

(ii) Inductie-stap: Stel dat de bewering juist is t/m gehele $m \in \mathbb{N}$ met $m \geq 2$.

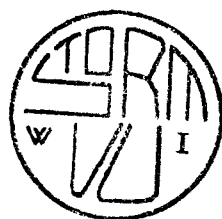
Vervolg 3. (ii)

(II)

Dan geldt voor de opvolger van m ; dan voor $m+1$:

$$a_{m+1} = 4(a_m - a_{m-1}) \stackrel{!}{=} 4(2^{m-2}(m+1) - 2^{m-3}(m)) = \\ = 2^m(m+1) - 2^{m-1}(m) = 2^{m-1}(2m+2 - m) = \\ 2^{m-1}(m+2); \text{ dan dan geldt de bewering ook voor } m+1.$$

4. (i) $\binom{36}{11} * 11!$



(ii) $\left(\binom{17}{5} \binom{19}{6} + \binom{17}{6} \binom{19}{5} \right) * 11!$

(iii) $19 * \binom{17}{3} * 3! * \binom{32}{7} * 7!$

(Dit zijn precies dezelfde antwoorden als bij vraag 1 van D2 op 22-10-2001)

Een openschijnlijk ander antwoord bij (ii) luidt:

$$\binom{11}{6} \left(\binom{19}{5} 5! \binom{17}{6} 6! + \binom{19}{6} 6! \binom{17}{5} 5! \right) \quad \text{dit is dan ook goed}$$

Echter: $\binom{19}{5} \binom{17}{5} * 26 * 11!$ is FOUT.

(dan vinden er dubbelstellingen plaats)

(i) f is niet 1-1, maar wel op

(ii) $f[A] = \{(t, t) | t \in \mathbb{R}\}$; dan de rechte lijn met vgl $y = x$

$$f^{-1}[B] = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x = 0 \wedge y = z\};$$

dan weer een rechte lijn, maar nu in $\mathbb{R}^3$ door de punten $(0, 0, 0)$ en (bijv.) $(0, 1, 1)$

6. Uit het gegeven volgt dat A aftelbaar is
en dat B gelijkmachting is met A .

Dan is B ook aftelbaar

(De compositie $g \circ f: N \rightarrow B$ is een
bijjectie van N op B)

7. Onwaar: Neem bijv. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$
en $B = \{0\}$

Dan geldt voor elke $x \in A$: $2x < 0$

en dan geldt $\forall x \in A \exists y \in B$ (nl. $y = 0$):
 $2x < 0$. Echter:

$$\sup A = \sup B = 0$$

(Een ander leuk tegenvoorbeeld:

$$A = \{-2\} \quad B = \{-3\} \quad \text{Reken maar na!})$$

8. (i) a) $a_1 = 2 < 4$ en als $a_m < 4$ voor zekere m
dan $a_{m+1} = \sqrt{2+2a_m} < \sqrt{2+8} = \sqrt{10} < 4$.

b) $a_1 = 2 < \sqrt{6} = a_2$ en als $a_m < a_{m+1}$
voor zekere m dan,
 $a_{m+2} = \sqrt{2+2a_{m+1}} > \sqrt{2+2a_m} = a_{m+1}$.

(ii) De rij is monotoon + begrensd; dus
(Mon. Conv. St) convergeert; zeg met limiet L .

L moet voldoen aan $L = \sqrt{2+2L}$; dus

$$L^2 - 2L - 2 = 0; \text{ dus } L = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}.$$

Omdat elke $a_n \geq 2$ valt $1 - \sqrt{3}$ af.

$$\text{Dus } \underline{L = 1 + \sqrt{3}}.$$