

1. Bewijs of weerleg:

$$(\neg p \Rightarrow q) \Longleftrightarrow (p \vee q) \quad \text{is een tautologie.}$$

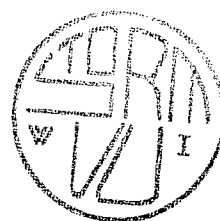
2. Bewijs of weerleg:

$$(i) \quad \forall A \subset \mathbb{R} \quad \forall B \subset \mathbb{R}:$$

$$(A \setminus B)^c = A^c \cup B;$$

$$(ii) \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad \forall z \in \mathbb{R}:$$

$$|z| > x + y + 2.$$



3. De rij $(a_n)_n$ is gegeven door:

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 3 \quad \text{en} \quad a_{n+2} = 4(a_{n+1} - a_n), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Toon aan, m.b.v. volledige inductie, dat voor alle $n \in \mathbb{N}$ geldt:

$$a_n = 2^{n-2}(n+1).$$

4. [U kunt in deze vraag volstaan met de antwoorden; in de antwoorden hoeven binomiaalcoëfficiënten niet uitgewerkt te worden.]

- Men heeft 19 rode ballen, genummerd 1 t/m 19.
- Men heeft 17 blauwe ballen, genummerd 1 t/m 17.
- Men heeft 11 cellen, genummerd 1 t/m 11.
- Men verdeelt 11 ballen (willekeurig gekozen uit de 36 ballen) over de 11 cellen, zó dat in elke cel precies 1 bal komt.

Op hoeveel verschillende manieren kan dit in elk van de volgende gevallen:

- (i) Er worden verder geen beperkingen aan de verdeling over de 11 cellen opgelegd.
- (ii) In tenminste 5 cellen moet een blauwe bal komen en in tenminste 5 cellen een rode.
- (iii) In cel 1 moet een rode bal komen en in de cellen 9, 10 en 11 elk een blauwe bal.

Z.O.Z.

5. [U kunt in deze vraag volstaan met de antwoorden.]

Zij $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeven door

$$f(x, y, z) = (x - y + z, x + y - z).$$

Zij

$$A := \{(t, t, t) \mid t \in \mathbb{R}\} \quad \text{en} \quad B := \{(0, 0)\}.$$

(i) Is f 1-1? Is f op?

(ii) Bereken $f[A]$ en $f^{-1}[B]$.



6. Zij $f : \mathbb{N} \rightarrow A$ een bijectie en $g : A \rightarrow B$ een bijectie.

Licht toe dat B aftelbaar is.

7. Laat A en B begrensde, niet-lege deelverzamelingen van $\mathbb{R}$ zijn. Verder geldt:

$$\forall x \in A \quad \exists y \in B : \quad 2x < y.$$

Bewijs of weerleg: $\sup A < \sup B$.

8. De rij $(a_n)_n$ wordt gegeven door:

$$a_1 = 2 \quad \text{en} \quad a_{n+1} = \sqrt{2 + 2a_n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

(i) Laat zien dat de rij naar boven begrensd en monotoon stijgend is.

(ii) Licht toe dat de rij convergeert en bepaal vervolgens de limiet van de rij.

Normering:

1 : 4	2 : (i) 2 (ii) 2	3 : 5	4 : (i) 2 (ii) 2 (iii) 2	5 : (i) 2 (ii) 3	6 : 3	7 : 3	8 : (i) 4 (ii) 2
4	4	5	6	5	3	3	6

$$\text{Eindcijfer} := \frac{\text{Totaal}}{4} + 1.$$