

Tentamen Analyse II voor BWI

Docent: Tilman Bauer
Vrije Universiteit Amsterdam

31 mei 2012
15.15–17.15

Maak alle opgaven. Je mag geen hulpmiddelen gebruiken (boeken, aantekeningen, rekenmachines enz.) Formuleer precies en correct en laat alle berekeningen en redeneringen zien. Antwoorden zonder redenering scoren slechter. Succes!

Opgave 1 (4 punten). Bestaat de volgende limiet? Zo ja, bereken hem:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y}{x - y}$$

Opgave 2 (3 punten). Bereken de totale afgeleide (Jacobi-matrix) van de functie $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$ gegeven door

$$f(x, y) = (x^2 + y^2, 2xy + x, x^2y^2).$$

Opgave 3 (4 punten). Onderzoek waar de volgende functie $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ partieel en/of totaal differentieerbaar is.

$$f(x, y) = (x|x| + y|y|)^2$$

Opgave 4 (4 punten). Zij $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ gegeven door $f(x, y) = (x^2y, xy^2)$. Bij welke punten (x, y) is f lokaal inverteerbaar?

Z.O.Z.

Tentamen Analyse II voor BWI

Docent: Tilman Bauer
Vrije Universiteit Amsterdam

31 mei 2012
15.15–17.15

Opgave 5 (3 punten). Is de volgende matrix positief/negatief (semi-)definit of indefinit?

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Opgave 6 (4 punten). Bepaal alle lokale en globale maxima en minima van de functie $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x, y) = 4x^2 + 9y^2 - 4x - 6y$ op de driehoek die gegeven is door $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \leq 1$.

Opgave 7 (4 punten). Gebruik Lagrange-multiplicatoren om de extrema van $f(x, y) = x^2 y^3$ op de lijn $x + y = 1$ te vinden.

Opgave 8 (5 punten). Vind de lokale extrema van $f(x, y, z) = xyz$ onder de nevenvoorwaarden $x + y + z = 1$ en $x^2 - y^2 - z^2 = -1$.