

1. Bewijs in de volgende gevallen het al dan niet bestaan van de limiet.

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y+2}}\right).$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{x-y}.$

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}.$

2. Zij gegeven de afbeelding $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$:

$$F(x, y) = \begin{pmatrix} xy \\ x^2 + y^2 \\ x + y \end{pmatrix}.$$

a) Bereken de totale afgeleide $F'(x, y)$.

b) Zij nu $x(t) = \sin(t)$ en $y(t) = \cos(t)$. Wat is de afgeleide naar t van $F(x(t), y(t))$?

3. Zij gegeven de vergelijking $F(x, y, z) = 0$, met F continu differentieerbaar.

a) Bereken de gradient in het geval $F(x, y, z) = xyz + x + 2y$ in het punt $(1, 0, 2)$.

b) Laat zien dat in het algemeen de gradient ∇F loodrecht staat op het door de vergelijking $F(x, y, z) = 0$ gegeven oppervlak.

4. Zij gegeven de functie $f(x, y) = xy$.

a) Bepaal de waarden van (x, y) waarvoor f extremaal is op de kromme $x^4 + y^4 = 2$ met behulp van de Lagrange multiplicatoren (*multipliers*) methode.

b) Bepaal het karakter van de eventuele extremen.

Normering:

1 : a) 1	2 : a) 1	3 : a) 1	4 : a) 1
b) 1	b) 1	b) 1	b) 1
c) 1			
3	2	2	2

Eindcijfer = Totaal + 1