

Faculteit der Exacte Wetenschappen	Tentamen Analyse BWI II
	Duur: 2 uur
Vrije Universiteit	23-03-2004

1. In deze opgave zijn a en b reële getallen. Bereken $F'_i(x, y)$, $i = 1, 2, 3$ voor de afbeeldingen

- a) $F_1(x, y) = ax + by$,
- b) $F_2(x, y) = ax^2 + by^3$,
- c) $F_3(x, y) = \begin{pmatrix} ax^2 \\ by^3 \end{pmatrix}$.

2. In $\mathbb{R}^3$ is een oppervlak gedefinieerd door

$$f(x_1, x_2, x_3) = 0,$$

met f continu differentieerbaar.

- a) Formuleer de impliciete functiestelling en geef de formules voor de partiële afgeleiden $\frac{\partial x_i}{\partial x_j}$ in termen van f_{x_i} en f_{x_j} , $j = 1, 2, 3$.
- b) Veronderstel $f_{x_i}(x_1, x_2, x_3) \neq 0$, $i = 1, 2, 3$. Bereken

$$\frac{\partial x_1}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial x_3} \frac{\partial x_3}{\partial x_1},$$

waarbij in $\frac{\partial x_1}{\partial x_2}$ de variable x_3 constant wordt gehouden (Hint: het antwoord is eenvoudig, maar niet gelijk aan 1).

3. Zij gegeven de functie $f(x, y, z) = x + y + z$, met x, y, z positief.

- a) Bepaal de waarden van (x, y, z) waarvoor f extremaal is op het oppervlak $xyz = 1$ met behulp van de Lagrange multiplicatoren methode.
- b) Elimineer z en bepaal met behulp van de Hesse determinant het karakter van de extremen en bepaal het absoluut minimum. Concludeer dat $f(x, y, z) \geq 3$ op het oppervlak.
- c) Laten a, b, c positieve getallen zijn. Gebruik de afschatting op f om te laten zien dat

$$\sqrt[3]{abc} \leq \frac{a + b + c}{3}$$

(Hint: neem $x = a/\sqrt[3]{abc}$, etc).

Normering:

1 : a) 1	2 : a) 1	3 : a) 1
b) 1	b) 2	b) 1
c) 1		c) 1
3	3	3

$$\text{Eindcijfer} = \text{Totaal} + 1$$