



Faculteit der Exacte Wetenschappen

Tentamen Analyse BW II

Vrije Universiteit

Duur: 2 uur

11-08-2003

1. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door $f(x, y) = \frac{\sin(x^2 + y^2)}{|x| + |y|}$.

- Laat zien dat $2x - \sin x > 0$ op $(0, \infty)$.
- Bewijs dat $|x| + |y| \geq \sqrt{x^2 + y^2}$.
- Laat zien dat $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ bestaat.
- Bereken de limiet.

2. Gegeven is $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ door $f(x, y, z) = x - y$.

- Bepaal met behulp van Euler-Lagrange de extremen van f onder de nevenvoorwaarde $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{2}$.
- Bepaal de aard van de extremen (maximum, minimum etc).

3. Zij $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gegeven door

$$f(x, y, z) = (x^2 + y^3, xy + z^4)$$

en $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ door

$$g(x, y) = (x^2, xy, y^2).$$

- Bepaal de Jacobimatrix J_f van f .
- Bepaal de Jacobimatrix J_g van g .
- Bepaal de Jacobimatrix J_{gf} van $gf : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.
- Is J_{gf} inverteerbaar in het punt $(1, 1, 0)$? En in $(1, 1, 1)$?

Normering:

1 : a) 7	2 : a) 20	3 : a) 7
b) 7	b) 10	b) 7
c) 8		c) 8
d) 8		d) 8
30	30	30

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{Totaal}}{10} + 1$$