

1. Gegeven zijn twee functies die zijn gedefinieerd op  $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \neq 0, y \neq 0\}$ .

(i)  $f_1(x, y) = \frac{\sin(x)}{x} \frac{\sin(y)}{y}$ ,

(ii)  $f_2(x, y) = y \sin(\frac{1}{x})$ .

a) Zijn de functies continu op  $U$ ?

b) Laat zien dat de functies continu zijn uit te breiden tot  $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \neq 0\}$ .  
We zullen de uitbreiding aanduiden met  $\tilde{f}_i$ .

c) Bereken, voorzover ze bestaan, de limieten  $\lim_{x \rightarrow 0}(\lim_{y \rightarrow 0} \tilde{f}_i(x, y))$ ,  $\lim_{y \rightarrow 0}(\lim_{x \rightarrow 0} \tilde{f}_i(x, y))$  en  $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \tilde{f}_i(x, y)$  voor  $i = 1, 2$ .

d) Zijn de  $\tilde{f}_i$ ,  $i = 1, 2$  uit te breiden tot continue functies op  $\mathbb{R}^2$ ? Zo ja, hoe?

2. Gegeven is  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  door

$$f(x, y, z) = \begin{pmatrix} y^2 \\ x^2 \\ z^3 \\ xy \end{pmatrix},$$

en  $g : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$  door

$$g(x, y, z, w) = \begin{pmatrix} |x| + \sin(y) \\ z^2 + w^3 \end{pmatrix}.$$

a) Onderzoek of  $g \circ f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  overal differentieerbaar is.

b) Bepaal de afgeleide van  $g \circ f$  waar die bestaat.

3. Zij  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 + z^2 = 3\}$  en definieer  $f : V \rightarrow \mathbb{R}$  door  $f(x, y, z) = xy + yz + xz$ .

a) Laat zien dat  $V$  gesloten en begrensd is. Wat impliceert dit voor het bestaan van extremen van  $f$ ?

b) Bepaal de extremen van  $f$ .

**Z.O.Z.**

### Normering:

|          |           |           |
|----------|-----------|-----------|
| 1 : a) 7 | 2 : a) 15 | 3 : a) 10 |
| b) 7     | b) 15     | b) 20     |
| c) 8     |           |           |
| d) 8     |           |           |
| <hr/>    | <hr/>     | <hr/>     |
| 30       | 30        | 30        |

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{Totaal}}{10} + 1$$