

1. a) De functie $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathbb{R}$, met $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, is gegeven door

$$f(x, y) = \frac{|x|y^2 - |y|x^2}{x^2 + y^2}.$$

- (i) Is $(0,0)$ een verdichtingspunt van $\mathcal{D}_f$ [Verklaar je antwoord.]
(ii) Bereken $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y)$ of toon aan dat deze limiet niet bestaat.
- b) De functie $g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ is gedefinieerd door

$$g(t) = \begin{pmatrix} |t| \\ \frac{e^t - 1}{t} \end{pmatrix} \text{ als } t \neq 0 \quad \text{en} \quad g(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ga na of g continu is in $t = 0$.

2. De functie $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ is gegeven door

$$f(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2y + z - 1 \\ 2x - y + 3 \end{pmatrix}.$$

- a) Is f een lineaire afbeelding is? [Verklaar je antwoord.]

De functie $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$g(x, y) = (x + y)(1 + |y|).$$

- b) Bepaal, m.b.v. de definitie, de partiële afgeleiden $g_x(0,0)$ en $g_y(0,0)$.
c) Toon aan dat g differentieerbaar is in $(x, y) = (0,0)$ en bereken $g'(0,0)$.
d) Toon aan dat $(g \circ f)$ differentieerbaar is in $(x, y, z) = (-1, 1, -1)$ en bepaal $(g \circ f)'(-1, 1, -1)$.

Z.O.Z.

3. De functie $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x, y, z) = x \sin(x + y + z) + ye^{x+z}.$$

a) Bereken het 2^e orde Taylorpolynoom van f bij $(0, 0, 0)$.

Van de functie $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven dat

$$g(x, y, z) = 1 - y + 2y^2 + z^2 + o(x^2 + y^2 + z^2), \quad (x, y, z) \rightarrow (0, 0, 0).$$

b) Toon aan dat $(f + g)'(0, 0, 0) = (0, 0, 0)$.

c) Bepaal de Hessematrix $H_{f+g}(0, 0, 0)$.

d) Ga na of de functie $f + g$ in $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ een lokaal extreem heeft.

4. De gesloten verzameling $V \subset \mathbb{R}^3$ is gegeven door

$$V = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + 2y^2 + z^2 = 8 \right\}.$$

a) Toon aan dat V een compacte verzameling is in $\mathbb{R}^3$.

De functie $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x, y, z) = y(x + z).$$

b) Bepaal, m.b.v. de methode van Euler-Lagrange, de grootte en ligging van het globale maximum en het globale minimum, dat f op V aanneemt.
[N.B.: Er wordt dus alleen gevraagd naar de *globale* extremen.]

Normering:

1 : a) 4	2 : a) 2	3 : a) 4	4 : a) 2
b) 2	b) 2	b) 2	b) 6
	c) 4	c) 2	
	d) 4	d) 2	
6	12	10	8

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{Totaal}}{4} + 1$$