
Hertentamen
Analyse BA

Afdeling Wiskunde
Faculteit der Exacte Wetenschappen

Datum: Donderdag 11 juni, 18:30 - 20:30

Instructies: *antwoorden en uitwerkingen op dit blad en motiveer alle antwoorden.*

Geen rekenmachines of boeken.

Normering: 1 (15 ptn), 2 (10 ptn), 3 (15 ptn), 4 (15 ptn), 5 (15 ptn), 6 (20 ptn).

Cijfer tentamen: ptn/10 + 1.

1. Bepaal, met behulp van de bijgevoegde tabel, de functie f waarvan de Laplace getransformeerde gegeven is door:

$$\mathcal{L}(f)(s) = \frac{2s^2 - 3s + 3}{(s - 1)(s^2 - 1)}.$$

2. Bereken de convergentiestraal van de volgende machtreeks:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^3}{3^k} x^k.$$

3. Bepaal, gebruikmakende van Laplace transformatie, de oplossing van de differentiaalvergelijking:

$$y'' - 2y' + y = 1, \quad y(0) = 1, y'(0) = 3.$$

4. Het aantal diagonalen van een convexe n -hoek wordt gegeven door de recurrentiebetrekking

$$d_n - d_{n-1} = n - 2, \quad d_3 = 0, \quad n \geq 3.$$

Vind de oplossing van deze recurrentiebetrekking.

5. Vind, door middel van de methode van variatie van constanten, de algemene oplossing van de volgende differentiaalvergelijking:

$$y'' + y = \sin(x) + \cos(x).$$

6. Gegeven de functie

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

(a) Laat zien dat de Fourier reeks van de 2π -periodieke uitbreiding van f gegeven wordt door

$$f(x) \sim \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\cos((2j+1)x)}{(2j+1)^2} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^{j+1} \sin(jx)}{j}.$$

(b) Bereken de som

$$\sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)^2},$$

en geef aan welke stelling je gebruikt en waarom.

(c) Teken de grafiek van de Fourier reeks van van f op het interval $[-2\pi, 2\pi]$.

Succes

$f(t)$	$F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt$
1	$\frac{1}{s}, \quad s > 0$
$t^n, \quad n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}, \quad s > a$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$H_a(t)$	$\frac{e^{-as}}{s}, \quad s > 0$
$H_a(t)f(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$	$F(s)G(s)$

Tabel 2.1: Tabel van functies met hun Laplace getransformeerden.