

1. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} y''(x) + 4y(x) = 10e^x, \\ y(0) = 2, y'(0) = 3. \end{cases}$$

2. Bepaal de algemene oplossing van de differentievergelijking

$$y_n + y_{n-1} = 2n^2.$$

3. a) Bepaal de Laplacegetransformeerde van de functie $f(x) = x^2 e^{3x}$.
b) Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} y''(x) - 6y'(x) + 9y(x) = 2e^{3x}, \\ y(0) = 1, y'(0) = 3. \end{cases}$$

met behulp van Laplacetransformatie.

4. Gegeven is de (complexe) machtreeks

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(6+8i)^n}{\ln n} z^n.$$

- a) Bereken de convergentiestraal R van deze machtreeks.
b) Geef een z_1 , met $|z_1| = R$, waarvoor de machtreeks convergeert.
Geef ook een z_2 , met $|z_2| = R$, waarvoor de machtreeks divergeert.
[Motiveer je antwoorden.]

Z.O.Z.

5. Laat $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ voldoen aan

$$\begin{cases} xy''(x) + y'(x) + xy(x) = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = 0. \end{cases}$$

- Bereken de coëfficiënten a_n voor alle $n \geq 0$.
- Bepaal de convergentiestraal van deze machtreeks.

6. Gegeven is de functie $f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ door

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{als } |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{als } |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

De functie f wordt periodiek voortgezet buiten $(-\pi, \pi]$.

- Schets de grafiek van f en laat vervolgens zien dat de (reële) Fourierreeks van f gegeven wordt door

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n} \sin \{2nx\} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2(-1)^n}{\pi(2n+1)^2} \sin \{(2n+1)x\}.$$

- Geef aan naar welke functie de Fourierreeks convergeert op $(-\pi, \pi]$.
[Motiveer je antwoord!]
- Bereken:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}.$$

Normering:

1 : 4	2 : 3	3 : a) 1 b) 3	4 : a) 2 b) 2	5 : a) 3 b) 2	6 : a) 4 b) 1 c) 2
_____	_____	_____	_____	_____	_____
4	3	4	4	5	7

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{3} + 1$$