

1. Los het volgende beginwaardeprobleem op:

$$\begin{cases} xy'(x) + 2y(x) = 4 \ln x, \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

2. a) Bepaal de algemene reële oplossing van de homogene d.v.

$$y''(x) + y'(x) - 6y(x) = 0.$$

- b) Bepaal een particuliere oplossing van de inhomogene d.v.

$$y''(x) + y'(x) - 6y(x) = 50 \sin x.$$

- c) Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} y''(x) + y'(x) - 6y(x) = 50 \sin x, \\ y(0) = 3, y'(0) = 1. \end{cases}$$

3. Gegeven is de differentievergelijking

$$y_n - 2y_{n-1} + 2y_{n-2} = 0.$$

- a) Bepaal de algemene oplossing van deze differentievergelijking in termen van complexe basisoplossingen.  
b) Bepaal de algemene oplossing van deze differentievergelijking in termen van reëelwaardige basisoplossingen.
4. a) Bepaal (bijvoorbeeld met behulp van de tabel) de Laplacegetransformeerde van de functie  $f(x) = xe^{3x}$ .  
b) Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = 4e^{3x}, \\ y(0) = 1, y'(0) = 0. \end{cases}$$

met behulp van de Laplacetransformatie.

**Z.O.Z.**

5. Gegeven is de (complexe) machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+3i)^n}{n^3} z^n.$$

- Bereken de convergentiestraal  $R$  van deze machtreeks.
- Laat zien dat de reeks convergeert voor alle  $z$  met  $|z| = R$ .

6. Gegeven is de functie  $f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  door

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{als } -\pi < x < 0, \\ x & \text{als } 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

De functie  $f$  wordt periodiek voortgezet buiten  $(-\pi, \pi]$ .  
Laat de Fourierreeks van  $f$  gegeven zijn door

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx).$$

- Bereken  $a_n$  en  $b_n$ .
- Bepaal de som van de reeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}.$$

[Geef aan welke stelling je gebruikt en waarom je die kunt gebruiken.]

- Bereken, m.b.v. de formule van Parseval, de som van de reeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^4}.$$

[Hierbij kun je gebruik maken van het bekende feit dat  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$ .]

### Normering:

|       |          |          |          |          |          |
|-------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 : 5 | 2 : a) 2 | 3 : a) 3 | 4 : a) 2 | 5 : a) 3 | 6 : a) 6 |
|       | b) 3     | b) 3     | b) 5     | b) 3     | b) 3     |
|       | c) 3     |          |          |          | c) 4     |
| <hr/> | <hr/>    | <hr/>    | <hr/>    | <hr/>    | <hr/>    |
| 5     | 8        | 6        | 7        | 6        | 13       |

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{5} + 1$$

| $f(t)$                           | $F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt$           |
|----------------------------------|-------------------------------------------------|
| 1                                | $\frac{1}{s}, s > 0$                            |
| $t^n, n \in \mathbb{N}$          | $\frac{n!}{s^{n+1}}, s > 0$                     |
| $e^{at}$                         | $\frac{1}{s-a}, s > a$                          |
| $\sin at$                        | $\frac{a}{s^2 + a^2}, s > 0$                    |
| $\cos at$                        | $\frac{s}{s^2 + a^2}, s > 0$                    |
| $\sinh at$                       | $\frac{a}{s^2 - a^2}, s >  a $                  |
| $\cosh at$                       | $\frac{s}{s^2 - a^2}, s >  a $                  |
| $H_a(t)$                         | $\frac{e^{-as}}{s}, s > 0$                      |
| $H_a(t)f(t-a)$                   | $e^{-as}F(s)$                                   |
| $e^{at}f(t)$                     | $F(s-a)$                                        |
| $f^{(n)}(t)$                     | $s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$ |
| $\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$ | $F(s)G(s)$                                      |

Tabel 1: Tabel van functies met hun Laplace getransformeerden.