



Tentamen Analyse BWI I 28 oktober 2004

Opgave 1 Gegeven is de dv

$$y'' - y' = 0$$

- a) Bereken de algemene oplossing van deze homogene dv.
- b) Bepaal een particuliere oplossing van de inhomogene dv

$$y''(x) - y'(x) = 1.$$

- c) Bepaal nu de oplossing van de onder b) gegeven inhomogene dv die voldoet aan $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Opgave 2 Gegeven is de dv

$$y''(x) - y'(x) = 1$$

Dit is hetzelfde probleem als in Opgave 1b en 1c. Los deze dv nu op door middel van een Laplacetransformatie onder de nevenvoorwaarden $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Opgave 3 Geef de algemene oplossing van de D.V.

$$x_{n+1} - 2x_n + 2x_{n-1} = 0.$$

- a) Geef de algemene oplossing met behulp van complexe getallen.
- b) Geef de algemene oplossing in termen van reële getallen.

(vervolg op achterzijde met opgave 4)

Opgave 4 Bereken de convergentiestraal R van de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$$

met $c_n = 0$ als n oneven is, en

$$c_n = (-1)^k \frac{1}{2^n k!}$$

als $n = 2k$ met $k = 0, 1, 2, \dots$

Opgave 5 Gegeven is de functie $f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ door $f(x) = 7$, voor $x \in [-\frac{1}{7}, \frac{1}{7}]$ en $f(x) = 0$ overal elders op $(-\pi, \pi]$, met periodieke voortzetting buiten $(-\pi, \pi]$.

- a) Maak een schets van de grafiek van deze functie.
- b) Bereken de Fourierreeks van f , zowel t.o.v. de functies e^{ikx} als t.o.v. de functies $\cos kx, \sin kx$.
- c) Voor welke $x \in (-\pi, \pi]$ convergeert de Fourierreeks naar $f(x)$? En zo ja, op grond van welke stelling?

Waardering:

1a : 8 pnt 1b : 8 pnt 1c : 7 pnt

2 : 10 pnt

3a : 6 pnt 3b : 7 pnt

4 : 10 pnt

5a : 1 pnt 5b : 15 pnt 5c : 9 pnt

Tentamencijfer : $1 + (\text{aantal pnt})/9$

Eindcijfer : Tentamencijfer + eventuele bonus als resultaat van het inleveren van practicumopgaven (maximaal 0.5 pnt bonus).