



Herkansing Analyse BWI I 23 december 2003

Opgave 1 Gegeven is de dv

$$y'' + 25y = 0$$

- a) Bereken de algemene oplossing van deze homogene dv. Herschrijf eventueel uw antwoord zo dat alleen reeelwaardige functies in uw antwoord voorkomen.
- b) Laat zien dat de twee basisoplossingen onder a) lineair onafhankelijk zijn.
- c) Bepaal een particuliere oplossing van de inhomogene dv

$$y''(x) + 25y(x) = 26e^{-x}.$$

- d) Bepaal de oplossing van de onder c) gegeven inhomogene dv. die voldoet aan $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0$.

Opgave 2

- a) Bepaal (met behulp van de tabel) de Laplace getransformeerde van de functie $t \sin(t)$. Hint: schrijf $\sin(t)$ als $(e^{it} - e^{-it})/(2i)$.
- b) Gegeven is de dv

$$y''(t) + y(t) = \cos(t)$$

Los deze dv op door middel van een Laplacetransformatie onder de nevenvoorwaarden $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

(vervolg op achterzijde met opgaven 3, 4 en 5)

Opgave 3 Geef de algemene oplossing van de D.V.

$$x_{n+1} - 4x_n + 4x_{n-1} = 1.$$

Opgave 4 Bereken de convergentiestraal R van de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1 + \ln(n)} z^n$$

Opgave 5 Gegeven is de functie $f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ door $f(x) = e^{-x}$.
 f wordt periodiek voortgezet buiten $(-\pi, \pi]$.

- a) Bereken de Fourierreeks van f t.o.v. de functies e^{ikx} .
- b) Bereken de Fourierreeks van f t.o.v. de functies $\cos kx$, $\sin kx$.
- c) Voor welke $x \in (-\pi, \pi]$ convergeert deze reeks naar $f(x)$? En zo ja, op grond van welke stelling?

1a : 10 pnt 1b : 8 pnt 1c : 7 pnt 1d : 5 pnt

2a : 6 pnt 2b : 9 pnt

Waardering: 3 : 9 pnt

4 : 9 pnt

5a : 12 pnt 5b : 8 pnt 5c : 7 pnt

Tentamencijfer : $1 + (\text{aantal pnt})/10$

Eindcijfer : Tentamencijfer + resultaat inleveren practicumopgaven

$f(t)$	$F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt$
1	$\frac{1}{s}, \quad s > 0$
$t^n, \quad n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}, \quad s > a$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$H_a(t)$	$\frac{e^{-as}}{s}, \quad s > 0$
$H_a(t)f(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$	$F(s)G(s)$

Tabel 1: Tabel van functies met hun Laplace getransformeerden.