



Tentamen Analyse BWI I 23 oktober 2003

Opgave 1 Gegeven is de dv

$$y'' + y' + \frac{1}{2}y = 0$$

a) Bereken de algemene oplossing van deze homogene dv. Herschrijf eventueel uw antwoord zo dat alleen reeelwaardige functies in uw antwoord voorkomen.

b) Laat zien dat de twee basisoplossingen onder a) lineair onafhankelijk zijn.

c) Bepaal een particuliere oplossing van de inhomogene dv

$$y''(x) + y'(x) + \frac{1}{2}y(x) = x.$$

d) Bepaal nu de algemene oplossing van de onder c) gegeven inhomogene dv.

Opgave 2

a) Bepaal (met behulp van de tabel) de functie waarvan de Laplace getransformeerde gegeven wordt door

$$\frac{1}{(s-1)^2}$$

b) Gegeven is de dv

$$y''(x) - y(x) = e^x$$

Los deze dv op door middel van een Laplacetransformatie onder de nevenvoorwaarden $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

(vervolg op achterzijde met opgaven 3, 4 en 5)

Opgave 3 Geef de algemene oplossing van de D.V.

$$x_{n+1} - 3x_n + \frac{5}{4}x_{n-1} = 0.$$

Opgave 4 Bereken de convergentiestraal R van de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \left(\frac{z}{2}\right)^n$$

en van de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \left(\frac{z}{2}\right)^{2n+1}$$

Opgave 5 Gegeven is de functie $f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ door $f(x) = 0$, voor

$|x| > \epsilon$ en $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2\epsilon}}$ voor $|x| \leq \epsilon$, met $\epsilon > 0$ een positief getal kleiner π . f wordt periodiek voortgezet buiten $(-\pi, \pi]$.

a) Bereken de Fourierreeks van f , zowel t.o.v. de functies e^{ikx} als t.o.v. de functies $\cos kx, \sin kx$.

b) Voor welke $x \in (-\pi, \pi]$ convergeert deze reeks naar $f(x)$? En zo ja, op grond van welke stelling?

1a : 10 pnt 1b : 8 pnt 1c : 7 pnt 1d : 5

2a : 4 pnt 2b : 10 pnt

Waardering: 3 : 10 pnt

4 : 12 pnt

5a : 15 pnt 5b : 9 pnt

Tentamencijfer : $1 + (\text{aantal pnt})/10$

Eindcijfer : Tentamencijfer + resultaat inleveren practicumopgaven

$f(t)$	$F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt$
1	$\frac{1}{s}, \quad s > 0$
$t^n, \quad n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}, \quad s > a$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$H_a(t)$	$\frac{e^{-as}}{s}, \quad s > 0$
$H_a(t)f(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$	$F(s)G(s)$

Tabel 1: Tabel van functies met hun Laplace getransformeerden.