

## Tentamen Analyse BWI I 3 januari 2003

**Opgave 1** Gegeven is de dv

$$y'' + 4y' + 4y = 0$$

- a) Bereken de algemene oplossing van deze homogene dv.
- b) Bepaal een particuliere oplossing van de inhomogene dv

$$y''(x) + 4y'(x) + 4y(x) = 4x.$$

- c) Bepaal nu de oplossing van de onder b) gegeven inhomogene dv die voldoet aan  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ .

**Opgave 2**

- a) Bepaal (met behulp van de tabel) de Laplace getransformeerde van de functie  $f(x) = x^n e^{ax}$ .
- b) Gegeven is de dv

$$y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = 0$$

Los deze dv op door middel van een Laplacetransformatie onder de nevenvoorwaarde  $y(0) = 0$  en  $y'(0) = 1$ .

**Opgave 3** Geef de algemene oplossing van de D.V.

$$x_{n+1} - x_n + x_{n-1} = 0.$$

Herschrijf een eventuele oplossing in complexe basisoplossingen tot een oplossing in termen van reële basisoplossingen.

**Opgave 4** Bereken de convergentiestraal  $R$  van de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{1+n} z^n$$

(vervolg op achterzijde met opgave 5)

**Opgave 5** Gegeven is de functie  $f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  door  $f(x) = x$ , voor  $x \in (0, \pi]$ ,  $f(x) = 0$  voor  $x \in (-\pi, 0]$  met periodieke voortzetting buiten  $(-\pi, \pi]$ .

a) Bereken de Fourierreeks van  $f$ , zowel t.o.v. de functies  $e^{ikx}$  als t.o.v. de functies  $\cos kx, \sin kx$ .

b) Voor welke  $x \in (-\pi, \pi]$  convergeert deze reeks naar  $f(x)$ ? En zo ja, op grond van welke stelling?

1a : 10 pnt    1b : 8 pnt    1c : 7 pnt

2a : 10 pnt    2b : 12 pnt

Waardering:    3 : 8 pnt

4 : 10 pnt

5a : 15 pnt    5b : 10 pnt

Tentamencijfer :  $1 + (\text{aantal pnt})/10$

Eindcijfer : Tentamencijfer + resultaat inleveren practicumopgaven

| $f(t)$                           | $F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$         |
|----------------------------------|-------------------------------------------------|
| 1                                | $\frac{1}{s}, \quad s > 0$                      |
| $t^n, n \in \mathbb{N}$          | $\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$               |
| $e^{at}$                         | $\frac{1}{s-a}, \quad s > a$                    |
| $\sin at$                        | $\frac{a}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$              |
| $\cos at$                        | $\frac{s}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$              |
| $\sinh at$                       | $\frac{a}{s^2 - a^2}, \quad s >  a $            |
| $\cosh at$                       | $\frac{s}{s^2 - a^2}, \quad s >  a $            |
| $H_a(t)$                         | $\frac{e^{-as}}{s}, \quad s > 0$                |
| $H_a(t)f(t-a)$                   | $e^{-as}F(s)$                                   |
| $e^{at}f(t)$                     | $F(s-a)$                                        |
| $f^{(n)}(t)$                     | $s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$ |
| $\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$ | $F(s)G(s)$                                      |

Tabel 1: Tabel van functies met hun Laplace getransformeerden.