

Tentamen Analyse BWI I 25 oktober 2002

Opgave 1 Gegeven is de dv

$$y'' + 4y = 0$$

a) Bereken de algemene oplossing van deze homogene dv. Herschrijf eventueel uw antwoord zo dat alleen reeelwaardige functies in uw antwoord voorkomen.

b) Bepaal een particuliere oplossing van de inhomogene dv

$$y''(x) + 4y(x) = 4x.$$

c) Bepaal nu de oplossing van de onder b) gegeven inhomogene dv die voldoet aan $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Opgave 2

a) Bepaal (met behulp van de tabel) de Laplace getransformeerde van de functie $f(x) = x^n e^{ax}$.

b) Gegeven is de dv

$$y'(x) - y(x) = e^x$$

Los deze dv op door middel van een Laplacetransformatie onder de nevenvoorwaarde $y(0) = 0$.

Opgave 3 Geef de algemene oplossing van de D.V.

$$x_{n+1} - 2x_n + x_{n-1} = 0.$$

Opgave 4 Bereken de convergentiestraal R van de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} n^2 z^n$$

(vervolg op achterzijde met opgave 5)

Opgave 5 Gegeven is de functie $f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ door $f(x) = \pi - x$, voor $x \in (-\pi, \pi]$ met periodieke voortzetting buiten $(-\pi, \pi]$.

a) Bereken de Fourierreeks van f , zowel t.o.v. de functies e^{ikx} als t.o.v. de functies $\cos kx, \sin kx$.

b) Voor welke $x \in (-\pi, \pi]$ convergeert deze reeks naar $f(x)$? En zo ja, op grond van welke stelling?

1a : 10 pnt 1b : 8 pnt 1c : 7 pnt

2a : 10 pnt 2b : 12 pnt

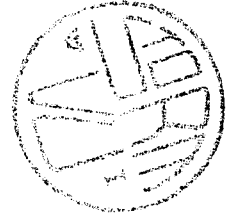
Waardering: 3 : 8 pnt

4 : 10 pnt

5a : 15 pnt 5b : 10 pnt

Tentamencijfer : $1 + (\text{aantal pnt})/10$

Eindcijfer : Tentamencijfer + resultaat inleveren practicumopgaven



$f(t)$	$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$
1	$\frac{1}{s}, s > 0$
$t^n, n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}, s > a$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, s > 0$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, s > 0$
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, s > a $
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, s > a $
$H_a(t)$	$\frac{e^{-as}}{s}, s > 0$
$H_a(t)f(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$	$F(s)G(s)$

Tabel 1: Tabel van functies met hun Laplace getransformeerden.