

Herkansing Analyse BWI I 6 mei 2002

Opgave 1 Gegeven is de dv

$$y'' - 4y = 0$$

- a) Bereken de algemene oplossing van deze homogene dv.
- b) Bepaal een particuliere oplossing van de inhomogene dv

$$y''(x) - 4y(x) = 4e^{2x}$$

- c) Bepaal nu de oplossing van de gegeven inhomogene dv die voldoet aan $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Opgave 2 Gegeven is de dv

$$y'(x) + y(x) = e^x$$

Los deze dv op door middel van een Laplacetransformatie onder de nevenvoorwaarde $y(0) = 0$.

Opgave 3 Geef de algemene oplossing van de D.V.

$$x_{n+1} - 4x_n + 5x_{n-1} = 0.$$

Opgave 4 a) Bereken de convergentiestraal R van de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n + \frac{1}{2} \sin(n)}$$

- b) Convergeert de machtreeks voor $z = R$, $z = iR$, $i^2 = -1$?
(vervolg op achterzijde met opgave 5)

Opgave 5 Gegeven is de functie $f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ door

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{als } |x| > \frac{\pi}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{als } |x| = \frac{\pi}{2} \\ 1 & \text{als } |x| < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

a) Bereken de Fourierreeks van f , en laat zien dat de Fouriercoëfficiënt a_{2k+1} gegeven wordt door

$$a_{2k+1} = 2 \frac{(-1)^k}{(2k+1)\pi}$$

voor alle gehele $k \geq 0$, dat $a_{2k} = 0$ voor alle gehele $k > 0$, dat $a_0 = 1$, en dat $b_k = 0$ voor alle gehele $k > 0$.

b) Voor welke $x \in (-\pi, \pi]$ convergeert deze reeks naar $f(x)$?

c) Gebruik de gelijkheid van Parseval om aan te tonen

$$\sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$$

1a : 10 pnt 1b : 10 pnt 1c : 8 pnt

2 : 10 pnt

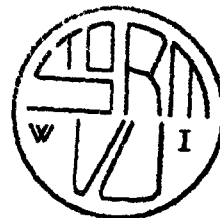
Waardering: 3a : 9 pnt 3b : 7 pnt

4 : 10 pnt

5 : 10 pnt 4b : 8 pnt 4c : 8 pnt

Tentamencijfer : $1 + (\text{aantal pnt})/10$

Eindcijfer : Tentamencijfer + resultaat inleveren practicumopgaven



$f(t)$	$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$
1	$\frac{1}{s}, s > 0$
$t^n, n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}, s > a$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, s > 0$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, s > 0$
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, s > a $
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, s > a $
$H_a(t)$	$\frac{e^{-as}}{s}, s > 0$
$H_a(t)f(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$	$F(s)G(s)$

Tabel 1: Tabel van functies met hun Laplace getransformeerden.

