

Tentamen Analyse BWI I 26 oktober 2001

Opgave 1 Gegeven is de dv

$$y'' - 4y' + 4y = 0$$

- a) Bereken de algemene oplossing van deze homogene dv.
- b) Bepaal een particuliere oplossing van de inhomogene dv

$$y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = e^{-x}$$

- c) Bepaal nu de oplossing van de gegeven inhomogene dv die voldoet aan $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Opgave 2 Gegeven is de dv

$$y''(x) + y(x) = e^{-x}$$

Los deze dv op door middel van een Laplacetransformatie onder de nevenvoorwaarden $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

Opgave 3 a) Gegeven is de functie

$$f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$$

Bereken de machtreeks van deze functie door de convolutiestelling voor machtreeksen toe te passen op

$$f(x) = \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{1}{1-x} \frac{1}{1-x}$$

en de bekende meetkundige reeks te gebruiken voor $\frac{1}{1-x}$.

b) Bereken de convergentiestraal R van de complexe machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3+4i)^n z^n}{n^2}$$

(met $i^2 = -1$).

c) Converteert de machtreeks voor $|z| = R$?

Opgave 4 Gegeven is de functie

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{als } -\pi < x \leq 0 \\ 1 & \text{als } 0 < x < \pi \\ \frac{1}{2} & \text{als } x = \pi \end{cases}$$

a) Bereken de (complexe) Fourierreeks van f .

b) Voor welke $x \in (-\pi, \pi]$ convergeert deze reeks naar $f(x)$? Voor welke $x \in (-\pi, \pi]$ niet?

c) Gebruik de gelijkheid van Parseval om aan te tonen

$$\sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(2j+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$$

1a : 10 pnt 1b : 10 pnt 1c : 8 pnt
2 : 10 pnt
Waardering: 3a : 10 pnt 3b : 7 pnt 3c : 7 pnt
4a : 12 pnt 4b : 8 pnt 4c : 8 pnt

Tentamencijfer : $1 + (\text{aantal pnt})/10$

Eindcijfer : Tentamencijfer + resultaat inleveren practicumopgaven

$f(t)$	$F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt$
1	$\frac{1}{s}, s > 0$
$t^n, n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}, s > a$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, s > 0$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, s > 0$
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, s > a $
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, s > a $
$H_a(t)$	$\frac{e^{-as}}{s}, s > 0$
$H_a(t)f(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$	$F(s)G(s)$

Tabel 1.1: Tabel van functies met hun Laplace getransformeerden.