

Herkansing Tentamen Analyse BWI I 24 april 2001

Opgave 1 Gegeven is de dv

$$y' = y^2 \sin(x)$$

- a) Geef de algemene oplossing van deze dv.
- b) Laat zien dat de oplossing bestaat voor alle reële x indien $y(0) < \frac{1}{2}$.

Opgave 2 Gegeven is de homogene recurrente betrekking

$$y_{k+1} + 2y_k + y_{k-1} = 0, \quad k \geq 1.$$

- a) Geef de algemene oplossing van deze recurrente betrekking.
- b) Geef ook de algemene oplossing van de inhomogene recurrente betrekking

$$y_{k+1} + 2y_k + y_{k-1} = 4.$$

Opgave 3

- a) Laat zien dat $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{y^n}{n}$ convergeert voor $|y| < 1$ en geef een formule voor de som van deze machtreeks.
- b) Bereken voor $|x| < 1, |y| < 1$ de dubbelsom

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^k \frac{x^k y^n}{n}.$$

Indien u de sommatievolgorde verwisselt, dient u aan te geven waarom dat geoorloofd is.

(Opgave 4 op ommezijde)

Opgave 4 Gegeven is de functie f met $f(x) = 1 - |x|$ voor $x \in (-\pi, \pi]$.

a) Bepaal de Fourierreeks van f op $(-\pi, \pi]$ (naar keuze: een reële of complexe Fourierreeks)

b) Laat zien dat zelfs voor alle $x \in (-\pi, \pi]$ de Fourierreeks convergeert met limiet $f(x)$.

1a : 12 pnt 1b : 6 pnt

Waardering: 2a : 10 pnt 2b : 10 pnt

3a : 6 pnt 3b : 10 pnt

4a : 8 pnt 4b : 10 pnt

Tentamencijfer : $1 + (\text{aantal pnt})/8$

Eindcijfer : Tentamencijfer + resultaat inleveren practicumopgaven