

Herkansing Tentamen Analyse BWI I 27 november 2000

Opgave 1 Gegeven is de dv (met reële parameter α)

$$y'' - (1 + \alpha)y' + \alpha y = 0$$

- a) Geef de algemene oplossing van deze dv. als $\alpha \neq 1$.
- b) Geef nu ook de algemene oplossing voor $\alpha = 1$.
- c) Bepaal nu de algemene oplossing van de dv.

$$y'' - (1 + \alpha)y' + \alpha y = \sin(x)$$

en onderscheid daarbij tussen $\alpha \neq 1$ en $\alpha = 1$.

Opgave 2 Gegeven is de inhomogene recurrente betrekking

$$y_k + y_{k-1} = 2^k, \quad k \geq 1$$

met beginvoorwaarde

$$y_0 = 1.$$

- a) Geef de algemene oplossing van de bij deze recurrente betrekking behorende homogene recurrente betrekking.
- b) Geef de oplossing van de gegeven recurrente betrekking met de gegeven beginvoorwaarde.

Opgave 3 Bereken voor $|x| < 1$ de dubbelsom

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^k \frac{x^k}{n!}.$$

Indien u de sommatievolgorde verwisselt, dient u aan te geven waarom dat geoorloofd is.

Opgave 4 Zie ommezijde

a) Laat zien dat de Fourierreeks van $e^{-|x|}$ op $(-\pi, \pi]$ gegeven wordt door

$$e^{-|x|} \sim \frac{1}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1 - (-1)^k e^{-\pi}}{1 + k^2} e^{ikx}$$

b) Laat zien dat zelfs voor alle $x \in (-\pi, \pi]$ de Fourierreeks convergeert met limiet $e^{-|x|}$, m.a.w. laat zien

$$e^{-|x|} = \frac{1}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1 - (-1)^k e^{-\pi}}{1 + k^2} e^{ikx}$$

1a : 10 pnt 1b : 10 pnt 1c : 11 pnt
 2a : 8 pnt 2b : 10
 Waardering: 3 : 12 pnt
 4a : 10 pnt 4b: 10 pnt
 Tentamencijfer : $1 + (\text{aantal pnt})/9$
 Eindcijfer : Tentamencijfer + resultaat inleveren practicumopgaven

$f(t)$	$F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt$
1	$\frac{1}{s}, \quad s > 0$
$t^n, n \in \mathbb{N}$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}, \quad s > a$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$H_a(t)$	$\frac{e^{-as}}{s}, \quad s > 0$
$H_a(t)f(t-a)$	$e^{-as}F(s)$
$e^{at}f(t)$	$F(s-a)$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
$\int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$	$F(s)G(s)$

Tabel 1.1: Tabel van functies met hun Laplace getransformeerden.