

1. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(xy^2)}{x^2 + y^2} & \text{als } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{als } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- a) Laat zien dat $|\sin(x)| \leq |x|$ voor $x \in \mathbb{R}$.
- b) Bewijs dat f continu is op $\mathbb{R}^2$.
- c) Bereken $f_x(0, 0)$ en $f_y(0, 0)$.
- d) Ga na of f differentieerbaar is in het punt $(0, 0)$.

2. Gegeven is de functie $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ door

$$f(x, y, z) = \cos(x) + e^{\sin^2 y} + 14z^2.$$

- a) Bepaal de tweede-orde Taylorontwikkeling van f bij $(0, 0, 0)$.
- b) Bepaal de stationnaire punten van f .
- c) Welke gevonden stationnaire punten zijn extremen van f ?

3. De verzameling $V \subset \mathbb{R}^3$ en de functie $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ zijn gegeven door

$$V = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 4 \text{ én } x - y^2 = 0 \right\}$$

en

$$f(x, y, z) = z.$$

- a) Toon aan dat V een compacte verzameling is.
- b) Toon aan dat f op V een grootste waarde aanneemt.
- c) Bepaal de waarde van dit maximum met de methode van Euler-Lagrange en laat zien dat deze methode mag worden toegepast.

Z.O.Z.

4. Beschouw de uitdrukking $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\arctan(nk)}{k!}$.

- a) Toon aan dat in deze uitdrukking verwisseling van som en limiet is toegestaan.
- b) Bereken de waarde van de uitdrukking.

5. Beschouw de differentiaalvergelijking $y'(x) + y(x) = f_{\alpha}(x)$, $\alpha \in \mathbb{R}$ met

$$f_{\alpha}(x) = \begin{cases} 0 & \text{als } x \leq 0, \\ \sin(x + \alpha) & \text{als } x > 0. \end{cases}$$

- a) Laat zien dat de Laplace getransformeerde van f_{α} gelijk is aan

$$\frac{\cos(\alpha) + s \sin(\alpha)}{1 + s^2}.$$

- b) Los de differentiaalvergelijking op met de beginvoorwaarde $y(0) = 0$ met behulp van de Laplace transformatie.

Normering:

1 : a) 2	2 : a) 3	3 : a) 4	4 : a) 2	5 : a) 4
b) 3	b) 2	b) 2	b) 3	b) 5
c) 2	c) 3	c) 5		
d) 5				
12	8	11	5	9

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{Totaal}}{5} + 1$$