



Afdeling Wiskunde

Tentamen Algemene Statistiek

Vrije Universiteit

28 maart 2003

**U krijgt de beschikking over een tabellenboekje.
Het gebruik van een niet-programmeerbare rekenmachine is toegestaan.
Succes!**

1. Laat $X_1, \dots, X_n$ een rij onafhankelijke stochastische variabelen zijn met kansdichtheid p_θ gegeven door

$$p_\theta(x) = 3\theta x^2 e^{-\theta x^3}, \quad x \geq 0,$$

waarbij $\theta > 0$ een onbekende parameter is.

- (a) Bepaal de meest aannemelijke schatter (maximum likelihood estimator) voor θ .
 - (b) Bereken de waargenomen Fisher informatie.
 - (c) Geef een benaderend betrouwbaarheidsinterval voor θ , met onbetrouwbaarheid α .
 - (d) Beschouw het toetsingsprobleem $H_0 : \theta = 1$, tegen $H_1 : \theta \neq 1$. Bepaal de likelihood ratio statistiek voor dit probleem en geef het kritieke gebied van de likelihood ratio toets, met onbetrouwbaarheid bij benadering α .
2. De opiniepeiler Maurice wil weten welke fractie θ van alle Nederlanders voor de oorlog tegen Irak is. Hij belt daarom 1000 willekeurige mensen op en vraagt ze of ze voorstander zijn. Zij X het aantal ondervraagden dat de vraag bevestigend beantwoordt.
- (a) Als we aannemen dat de antwoorden van de ondervraagden onafhankelijk van elkaar zijn, wat is dan (bij benadering) de verdeling van X ?
 - (b) Stel dat 350 mensen de vraag bevestigend beantwoorden. Geef een benaderend betrouwbaarheidsinterval voor θ , met onbetrouwbaarheid 0.05.
3. Laat $X_1, \dots, X_n$ een rij onafhankelijke stochastische variabelen zijn met een $N(\mu, \sigma^2)$ -verdeling, waarbij $\mu \in \mathbb{R}$ en $\sigma^2 > 0$ onbekend zijn.
- (a) Leidt een α -betrouwbaarheidsinterval af voor de parameter μ .
 - (b) Stel nu dat σ^2 bekend is. Leidt een α -betrouwbaarheidsinterval af voor μ in dit geval.
 - (c) Leg uit wat de relatie is tussen de twee intervallen uit onderdelen (a) en (b). Geef een *korte* verklaring.

4. Laat $X_1, \dots, X_n$ onafhankelijk zijn en exponentieel verdeeld, met kansdichtheid

$$p_\theta(x) = \theta e^{-\theta x}, \quad x \geq 0,$$

waarbij $\theta > 0$ een onbekende parameter is.

- (a) Bepaal de Cramér-Rao ondergrens voor de variantie van een zuivere schatter voor $1/\theta$.
- (b) Laat zien dat $\sum_{i=1}^n X_i$ een voldoende en volledige statistiek is.
- (c) Bepaal een UMVZ-schatter voor $1/\theta$ en ga na af de ondergrens uit onderdeel (a) gehaald wordt.

Normering:

1(a):	4	2(a):	2	3(a):	3	4(a):	3
1(b):	3	2(b):	3	3(b):	3	4(b):	3
1(c):	3			3(c):	2	4(c):	3
1(d):	4						

Eindcijfer = (totaal+4)/4