

U krijgt de beschikking over een tabellenboekje.

Gebruik van een niet-programmeerbare rekenmachine is toegestaan

De opgaven 1(a), 2(a), 4(a) en 4(b) (gemarkt met een *) zijn alleen bedoeld voor diegenen die het GEHELE tentamen maken.

1. Ten einde het studeergedrag van studenten te verbeteren, is onderzocht of het voorlichten over het belang van hun opleiding leidt tot intensiever studeren. Daartoe zijn 9 willekeurig gekozen studenten naar een voorlichtingsbijeenkomst uitgenodigd. Het aantal uren per week dat deze studenten voor en na de bijeenkomst studeerden was als volgt

voor bijeenkomst	6	18	2	13	13	14	13	8	11
na bijeenkomst	3	19	6	16	12	19	16	10	15

Hierbij representeert iedere kolom de resultaten van één student. U mag bij deze opgave aannemen dat het aantal gestudeerde uren, zowel vóór als na de voorlichtingsbijeenkomst, normaal verdeeld is.

- (a) * Geef nulhypothese en alternatieve hypothese. Toets bij onbetrouwbaarheidsdrempel $\alpha = 0.01$ of de bijeenkomst effect heeft gehad.
- (b) Geef een tweezijdig 95% betrouwbaarheidsinterval voor het gemiddelde effect van de voorlichtingsbijeenkomst.
2. Laat X negatief binomiaal verdeeld zijn met parameters r en p . Hierbij is $p \in (0, 1]$ onbekend en wordt r bekend verondersteld. X geeft de kansverdeling van het aantal trekkingen benodigd om r successen te behalen, bij succeskans per trekking gelijk aan p . De kansverdeling van X wordt gegeven door

$$P(X = k) = \binom{k-1}{r-1} (1-p)^{k-r} p^r, \quad k = r, r+1, \dots$$

waarbij gedefinieerd wordt $0^0 := 1$. Er geldt $E_p(X) = \frac{r}{p}$ en $\text{var}_p(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}$. We willen $1/p$ schatten.

- (a) * Bepaal de meest aannemelijke schatter voor $1/p$.
- (b) Bepaal een voldoende en volledige statistiek voor deze familie van verdelingen.
- (c) Bepaal de UMVZ schatter voor $1/p$.
- (d) Bepaal de Cramér-Rao ondergrens van de variantie voor het schatten van $1/p$. Wordt deze grens gehaald door de UMVZ schatter voor $1/p$?

3. Een medisch onderzoeker heeft de bloeddruk bepaald (in mm Hg) van een groep vrouwen van de leeftijd 18-24 jaar die met een nieuw type virus geïnfecteerd zijn. De gevonden waarden zijn

134.9	78.7	108.9	133.0	123.7	96.1	126.9	89.8
132.0	134.7	132.1	121.7	112.3	150.2	158.3	154.4

We nemen aan dat de gemeten waarden van de bloeddruk van de geïnfecteerde vrouwen gezien kunnen worden als trekkingen uit eenzelfde verdeling, met een verwachting μ en variantie σ^2 .

- (a) Geef een formule voor een zuivere schatter T_1 voor μ en een zuivere schatter T_2 voor σ^2 en toon aan dat deze schatters zuiver zijn. Geef aan welke aanname(s) u hierbij doet.

Van gezonde vrouwen uit die leeftijdscategorie is bekend dat hun bloeddruk normaal verdeeld is met een verwachte waarde van 114.8 en een standaarddeviatie van 13.1. We nemen nu aan dat de gemeten bloeddruk van de geïnfecteerde vrouwen gezien kan worden als de realisatie van een steekproef uit een normale verdeling. Het steekproefgemiddelde is $\bar{x}_{16} = 124.23$ en de steekproef-standaarddeviatie is $s_{16} = 22.52$.

- (b) Toets bij onbetrouwbaarheidsdrempel $\alpha_0 = 0.05$ of de verwachting van de bloeddruk van de geïnfecteerde vrouwen verschilt van die van gezonde vrouwen. Formuleer nulhypothese en alternatieve hypothese en geef toetsingsgrootheid.
- (c) Toets bij onbetrouwbaarheidsdrempel $\alpha_0 = 0.05$ of de variantie in bloeddruk van de geïnfecteerde vrouwen verschilt van die van gezonde vrouwen. Formuleer nulhypothese en alternatieve hypothese en geef toetsingsgrootheid.
- (d) Wat is op basis van bovenstaande twee toetsen uw conclusie ten aanzien van de invloed van de virusinfectie op de bloeddruk?
- (e) Laat zien dat het onderscheidend vermogen voor de toets bij (c) gegeven wordt door

$$\pi(\sigma) = P(Y \leq 1074/\sigma^2) + P(Y \geq 4719/\sigma^2)$$

waarbij Y een chi-kwadraat verdeling heeft met 15 vrijheidsgraden.

Normering:

1(a): 13	2(a): 16	3(a): 9
1(b): 9		3(b): 8
1(c): 6		3(c): 9
1(d): 8		3(d): 3
		3(e): 9

Eindcijfer = (totaal + 10)/10