

1. Ter vergelijking van de juli-temperaturen in De Bilt en Eelde zijn bij het KNMI de gemiddelde juli-temperaturen over de jaren 1964-1973 verzameld:

jaar	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973
De Bilt	14.9	13.7	14.2	15.3	14.1	18.1	15.7	17.2	17.2	17.1
Eelde	14.6	13.4	14.1	14.9	14.1	17.5	15.1	17.0	17.1	16.7

- Bepaal een numeriek betrouwbaarheidsinterval voor het verschil $\mu - \nu$ in temperatuur, met onbetrouwbaarheid 0.05;
 - Welke veronderstellingen maakt u bij a. over het onderliggend kansmodel?
 - Kan men uit dit betrouwbaarheidsinterval concluderen, dat de doorsnee juli-temperatuur in De Bilt hoger is dan in Eelde? Argumenteer uw antwoord.
2. De stochastische grootheden $X_1, \dots, X_n$ zijn onderling onafhankelijk met kansdichtheid

$$P_\theta(X_i = x) = \binom{2}{x} \frac{\theta^x (1 - \theta)^{2-x}}{\theta(2 - \theta)} \quad x = 1, 2.$$

Hierin is $\theta \in (0, 1]$ een onbekende parameter.

- Bepaal de meest aannemelijke schatter voor θ .
 - Bepaal de Fisher informatie voor θ in $(X_1, \dots, X_n)$.
 - Geef een benaderend betrouwbaarheidsinterval voor θ .
3. Veronderstel dat $(X_1, Y_1, Z_1), \dots, (X_n, Y_n, Z_n)$ onderling onafhankelijke stochastische vectoren zijn met kansdichtheid

$$f_{\lambda, \mu}(x, y, z) = \lambda \mu y^2 e^{-\lambda xy - \mu yz - y}, \quad x > 0, y > 0, z > 0.$$

De parameters $\lambda > 0$ en $\mu > 0$ zijn onbekend.

- Bepaal de meest aannemelijke schatter voor (λ, μ) .
 - Bepaal een voldoende vector voor (λ, μ) .
 - Bepaal de UMVZ schatter voor $g(\lambda, \mu) = 1/\mu$.
 - Bepaal de UMVZ schatter voor $h(\lambda, \mu) = 1/\mu^2$.
4. De stochastische grootheden $X_1, \dots, X_n$ zijn onderling onafhankelijk en $N(\mu, \sigma^2)$ -verdeeld en onafhankelijk van de onafhankelijke stochastische grootheden $Y_1, \dots, Y_n$ die $N(\nu, \sigma^2)$ verdeeld zijn. De parameters $\mu \in \mathbb{R}$, $\nu \in \mathbb{R}$ en $\sigma^2 > 0$ zijn onbekend. Laat $T = \bar{X} + \bar{Y}$ en $S^2 = S_X^2 + S_Y^2$.
- Bepaal verwachting en variantie van T .
 - Bepaal, met behulp van een stelling, de verdeling van $(n-1)S^2/\sigma^2$.
 - Beargumenteer dat $\sqrt{n}(T - \mu - \nu)/S$ een t -verdeling bezit. Hoeveel vrijheidsgraden?
 - Geef een formule voor een tweezijdig betrouwbaarheidsinterval voor $\mu + \nu$.

Normering:

1a: 4	2a: 4	3a: 2	4a: 2
1b: 3	2b: 2	3b: 3	4b: 3
1c: 2	2c: 3	3c: 2	4c: 2
		3d: 2	4d: 2

Eindcijfer = totaal/4+1