

U mag een niet-programmeerbare rekenmachine gebruiken.

U krijgt de beschikking over een tabellenboekje.

1. Bij een opiniepeiling zeggen 475 van de 900 ondervraagden een voorstander te zijn van een direct gekozen burgemeester. Volgens twee politici is dit een overtuigend bewijs dat een meerderheid van de bevolking voorstander is van een direct gekozen burgemeester. Zij roepen de hulp in van een statisticus om hun bewering kracht bij te zetten.
 - a. Geef aan welk statistisch model de statisticus daarbij zou kunnen gebruiken, en formuleer een passende nulhypothese en alternatieve hypothese.
 - b. Bepaal de bijbehorende overschrijdskans (met behulp van normale benadering).
 - c. Stelt het antwoord op b. de politici in het gelijk?

2. De stochastische grootheden $X_1, \dots, X_n$ zijn onderling onafhankelijk en identiek verdeeld volgens de kansdichtheid

$$p_\alpha(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{2^\alpha} x^{\alpha-1}, & \text{als } 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{anders.} \end{cases}$$

Hierin is $\alpha > 0$ een onbekende parameter.

- a. Bepaal de momentenschatteer voor α .
 - b. Bepaal de meest aannemelijke schatteer voor α .
3. Laat $X_1, \dots, X_n$ onderling onafhankelijke stochastische grootheden zijn met de $N(\theta, 1)$ -verdeling. Hierin is $\theta \in \mathbb{R}$ een onbekende parameter. Voor het schatten van het kwadraat van de parameter $g(\theta) = \theta^2$ beschouwen we de schatteers

$$T_1 = (\bar{X})^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \right)^2, \quad T_2 = (\bar{X})^2 - \frac{1}{n}, \quad T_3 = (\bar{X})^2 + \frac{1}{n}.$$

- a. Welke kansverdeling bezit $\bar{X}$?
 - b. Welke van de drie schatteers is zuiver voor $g(\theta) = \theta^2$?
 - c. Welke van de drie schatteers verdient de voorkeur?

U mag bij deze som gebruik maken van het feit dat voor een $N(\mu, \sigma^2)$ -verdeelde stochastische grootheid Y geldt dat: $\text{var}(Y^2) = 2\sigma^4 + 4\mu^2\sigma^2$.

4. De stochastische grootheid $X_1, \dots, X_n$ zijn onderling onafhankelijk en identiek verdeeld volgens de kansdichtheid

$$p_\theta(x) = \theta(1-\theta)^{x-1}, \quad x = 1, 2, 3, \dots$$

Hierin is $\theta \in [0, 1]$ een onbekende parameter.

- a. Bepaal de meest aannemelijke schatteer voor θ .
 - b. Bepaal de Bayes schatteer voor θ relatief ten opzichte van de a-priori dichtheid $\pi(\theta) = 3(1-\theta)^2$ op $[0, 1]$.

U mag bij deze som gebruik maken van de identiteit: $\int_0^1 \theta^k (1-\theta)^l d\theta = k!l!/(k+l+1)!$.

Normering:

1a: 3	2a: 5	3a: 3	4a: 4
1b: 4	2b: 4	3b: 3	4b: 5
1c: 2		3c: 3	

Eindcijfer = totaal/4+1



