

1. Bij de laatste verkiezing haalde partij A 45% van de stemmen. Volgens een opiniepeiler is het aantal aanhangers aantoonbaar veranderd. Bij een opiniepeiling zeggen 400 van de 900 ondervraagden op partij A te willen stemmen.
 - a. Bepaal een benaderend numeriek 95 % betrouwbaarheidsinterval voor de fractie mensen die op partij A zullen stemmen indien nu een verkiezing wordt gehouden.
 - b. Toets met behulp van het antwoord bij a. of de opiniepeiler gelijk heeft.

2. De stochastische grootheden X en Y zijn onderling onafhankelijk en binomiaal verdeeld met parameters, respectievelijk, 10 en p , en 20 en p . Beschouw de schatters $T_{a,b} = aX + bY$.
 - a. Aan welke eis moet $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ voldoen opdat $T_{a,b}$ een zuivere schatter voor p is?
 - b. Aan welke zuivere schatter $T_{a,b}$ geeft u de voorkeur?
 - c. Verdient iedere zuivere schatter $T_{a,b}$ de voorkeur boven iedere niet-zuivere schatter $T_{a,b}$? Waarom?

3. De stochastische grootheden $X_1, \dots, X_n$ zijn onderling onafhankelijk en identiek verdeeld volgens de kansdichtheid

$$p_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1.$$

Hierin is $\theta > 0$ een onbekende parameter.

- a. Bepaal de meest aannemelijke schatter voor θ .
 - b. Bepaal de momentenschatter voor θ .
 - c. Bepaal de Bayesschatter voor θ ten opzichte van de a-priori dichtheid $\pi(\theta) = e^{-\theta} 1_{\theta>0}$. (N.B. $\int_0^\infty x^k e^{-x} dx = k!$.)
4. De stochastische grootheden $X_1, \dots, X_n$ zijn onderling onafhankelijk en identiek verdeeld volgens de kansdichtheid

$$p_\theta(x) = \frac{\theta^2 \log x}{x^{1+\theta}}, \quad x > 1.$$

Hierin is $\theta > 0$ een onbekende parameter.

- a. Bepaal een voldoende statistiek voor θ .
 - b. Is deze statistiek volledig? Zo niet, bepaal een voldoende en volledige statistiek voor θ .
 - c. Bepaal een UMVZ schatter voor $g(\theta) = E_\theta \log X_i$.
5. Laat $X_1, \dots, X_n$ en $Y_1, \dots, Y_n$ onderling onafhankelijke steekproeven zijn uit, respectievelijk, de $N(\mu, 1)$ -verdeling en de $N(\nu, 1)$ -verdeling. Hierin is $(\mu, \nu) \in \mathbb{R}^2$ een onbekende parameter.
 - a. Laat zien dat

$$T(X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_n, \mu, \nu) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n (X_i - \mu) \right)^2 + \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n (Y_i - \nu) \right)^2.$$

chikwadraat verdeeld is. Met hoeveel vrijheidsgraden?

- b. Bepaal met behulp van de pivot uit a. een betrouwbaarheidsgebied met betrouwbaarheid $1 - \alpha$ voor de parameter (μ, ν) als $n = 10$.

Normering:

1a: 10	2a: 5	3a: 10	4a: 10	5a: 5
1b: 10	2b: 5	3b: 5	4b: 5	5b: 10
	2c: 5	3c: 5	4c: 5	

Eindcijfer = (totaal+10)/10