

Opgelet

- (1) Dit tentamen bestaat uit zes vraagstukken (inclusief meerkeuzegedeelte).
- (2) Zakrekenmachines, etc., mogen **niet** gebruikt worden.
- (3) Goede toelichting scoort!
- (4) Op het tweede blad staat een apart gedeelte met meerkeuzevragen. **Schrijf je naam daar** en lever dat blad mee in met je oplossingen van de overige opgaven.
- (5) Het tentamen en een uitwerking verschijnen binnenkort op blackboard.

1. CODERINGSTHEORIE

- (a) Algemene kennis.
- (i) Wat bedoelt men als een code e fouten kan *detecteren*? En wat als de code e fouten kan *corrigeren*?
 - (ii) Zij C een code met minimumafstand δ . Onder welke voorwaarde op δ kan C dan e fouten *detecteren*? En onder welke voorwaarde op δ kan C dan e fouten *corrigeren*?

Gegeven is een generatormatrix G voor een binaire code:

$$G = \begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{1} & \bar{1} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{1} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{1} & \bar{0} \\ \bar{1} & \bar{1} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{1} \end{pmatrix}.$$

- (b) Geef een bijpassende checkmatrix H .
- (c) Codeer de pure informatie vectoren $(\bar{1}, \bar{0}, \bar{1})$ en $(\bar{1}, \bar{1}, \bar{1})$.
- (d) We ontvangen de woorden $\vec{w}_1 = (\bar{1}, \bar{0}, \bar{0}, \bar{0}, \bar{1})$ en $\vec{w}_2 = (\bar{1}, \bar{0}, \bar{1}, \bar{0}, \bar{1})$. Geef voor beide aan of de eventuele fout(en) te localiseren zijn. Zo ja, *corrigeer* het woord en geef de *decoding*. Zo nee, geef aan wat er misloopt.

2. TELLEN

- (a) Algemene kennis.
- (i) Bereken de coëfficiënt van xy^2z^4 in $(x + y + z)^7$ als geheel getal door middel van een multinomiaalcoëfficiënt.
 - (ii) Geef een formule voor het aantal *injectieve functies* van een verzameling met k elementen naar een verzameling met n elementen en reken dit aantal uit als $k = 3$ en $n = 6$.

Geef in de rest van deze opgave formules (en redeneringen) maar reken niets uit.

Een postbode heeft 10 identieke reclamebrieven voor 16 verschillende postbussen.

- (b) Wat is het aantal mogelijke verdelingen van de brieven over de postbussen?
- (c) En wat is het aantal mogelijkheden als we hooguit één brief per postbus toelaten?

3. RECURRENTE BETREKKINGEN

(a) Algemene kennis.

(i) Wat is de *karakteristieke vergelijking* (k.v.) van de lineaire recurrente betrekking

$$a_n = 3a_{n-1} - 4a_{n-3} \quad (n \geq 3)?$$

(ii) De karakteristieke vergelijking in (i) heeft als nulpunten -1 (eenmaal) en 2 (tweemaal). Hoe ziet de *algemene homogene oplossing* van de recurrente betrekking eruit?

(b) Vind de oplossing van de lineaire recurrente betrekking

$$a_n - 2a_{n-1} + a_{n-2} = 2 \quad (n \geq 2) \quad \text{met } a_0 = -3, a_1 = -1.$$

Je scoort hierbij beter met een goed gestructureerd antwoord.

(c) Zij a_n het aantal rijtjes van lengte $n \geq 1$ met nullen, enen en tweeën, waarbij na 0 nooit 1 of 2 volgt.

(i) Bepaal de aantallen a_1 en a_2 .

(ii) Stel met een zorgvuldige redenering een *recurrente betrekking* op voor a_n (die je niet hoeft op te lossen).

4. GENERERENDE FUNCTIES: MACHTREEKSEN

(a) Algemene kennis.

(i) Wat is de *genererende functie* van de rij getallen $(a_n)_{n=0}^\infty$?

(ii) Bereken de coëfficiënten in de machtreeks $(1+2x)^{1/2} = 1 + \dots$ tot en met die van x^3 .

(b) Beschrijf hoe je met machtreeksen het aantal oplossingen van $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 30$ met alle x_i geheel, $x_1 \geq 0$, $x_2 > 0$ en $0 \leq x_3 \leq 3$ kunt vinden. (Je hoeft het aantal niet uit te rekenen!)

5. GESLOTEN KETTINGEN EN PATRONEN

(a) We hebben kralen in 3 kleuren en een gesloten ketting met 22 kralen. Hoe lang kan een *deelpatroon* zijn?

(b) Wat bedoelt men met *cyclisch verschillende patronen*? Welke kettingen RWB, BWR en WBR zijn cyclisch verschillend en welke niet?

(c) Bereken $\mu(30)$ als μ de Möbius functie is.

6. MEERKEUZEVRAGEN

- Bij iedere vraag is precies één van de onderdelen juist én (meest) volledig.
- Maak je keuze duidelijk door het vierkantje aan te kruisen of in te kleuren.
- Het antwoord hoeft niet te worden toegelicht.

6.1 Een code C heeft een alfabet met a symbolen, woordlengte n en k codewoorden. De informatiedichtheid van C is dan

- ☐ $\frac{\log_a k}{n};$
☐ $k/n;$
☐ $k \cdot a \cdot n;$
☐ niet te bepalen omdat er onvoldoende informatie is.

6.2 De machtreeks $x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + \dots$ is gelijk aan

- ☐ $e^x;$
☐ $\frac{1}{1 - x^2};$
☐ $\log(1 + x);$
☐ $\frac{1}{1 + x}.$

6.3 Op hoeveel manieren kun je k verschillende knikkers over n verschillende bakjes verdelen?

- ☐ $k \cdot n$
☐ $k! \cdot n!$
☐ n^k
☐ k^n

6.4 Stel A , B en C zijn deelverzamelingen van een eindige verzameling X . Volgens het principe van inclusie/exclusie is dan het aantal elementen in X dat in *geen* van A , B of C ligt (met $\# \dots$ het aantal elementen in $\dots$)

- ☐ $\#X - \#A - \#B - \#C;$
☐ $\#X - \#A - \#B - \#C - \#(A \cap B \cap C);$
☐ $\#X - \#A - \#B - \#C + \#(A \cap B) + \#(A \cap C) + \#(B \cap C) - \#(A \cap B \cap C);$
☐ niet te bepalen met behulp van een precieze formule.

Naam:

Normering					
1a:	4	2a:	6	3a:	4
1b:	3	2b:	4	3b:	8
1c:	4	2c:	4	3c:	6
1d:	6				
	17		14		18
					13
					12
					16
Maximum totaal = 90 Cijfer = 1 + Totaal/10					

