

1

a. Geef de definitie van de volgende begrippen:

- De deelverzameling H is een *deelgroep* van de groep G .
- De groep G is een *cyclische groep*.
- Hoe luidt het *criterium voor een ondergroep*?
- Definieer een linker nevenklasse.
- De deelgroep N is een *normaaldeler* in de groep G .
- De *orde* van een element in een groep.
- *Isomorfisme* van groepen.
- Hoe definieer je voor $n \in \mathbb{N}$ de symmetrische groep $\mathcal{S}_n$?

b. Laat zien, dat in een eindige groep elk element ook werkelijk een eindige orde heeft.

c. Schrijf de permutatie

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 1 & 8 & 2 & 6 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

als een product van disjuncte cykels. Schrijf deze tevens als een product van 2-cykels. Geef in beide notaties de inverse van deze permutatie.

2

In $(\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})[X]$ zijn de veeltermen $F = \overline{2}X^4 + \overline{13}$ en $G = \overline{2}X^3 + \overline{3}X$ gegeven. Bepaal de grootste gemene deler D van F en G en schrijf deze in de vorm $D = AF + BG$ met $A, B \in (\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})[X]$. (Let op, een grootste gemene deler is per definitie monisch!)

3

- a. Is $K := (\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})[X]/(X^2 + \overline{1})$ een lichaam?
- b. Geef (kort) aan, waarom $K = \{\overline{a + bX} \mid a, b \in \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}\}$ en hoeveel elementen heeft K ?
- c. We schrijven ter afkorting het element $\overline{a + bX}$ uit K in de vorm (a, b) . Schrijf het product $(a, b) \cdot (c, d)$ uit K in deze gedaante.