



Faculteit Wiskunde en Informatica
Vrije Universiteit

1e toets Inleiding Algebra
(I Wisk.)
22 maart 1999

1

Geef de definitie van

- $\mathcal{R}$ is een equivalentie relatie op een niet lege verzameling V .
- "*" is een operatie op de niet lege verzameling V .
- $\mathcal{R}$ is een congruentie relatie voor de operatie "*" op de verzameling V .
- Wat is de definitie van: $V/\mathcal{R}$ als $\mathcal{R}$ een equivalentie relatie is op de niet lege verzameling V ?
- Wat is een priemrestklasse modulo m , waarbij $m \geq 2$ in $\mathbb{N}$?
- Wat is de definitie van een abelse groep?

2

Definieer op $\mathbb{R}^2$ de relatie $\mathcal{R}$ door

$$(x, y)\mathcal{R}(u, v) \Leftrightarrow x^2 - u^2 = v^2 - y^2.$$

- Toon aan, dat $\mathcal{R}$ een equivalentie relatie is en beschrijf de equivalentie klassen van $(0,0)$ en van $(1,1)$.
- Beschrijf (met korte toelichting) een volledig representanten systeem. We beschouwen nu de verzameling $\mathbb{R}^2$ als de complexe getallen, waarbij (x, y) het complexe getal $x + iy$ voorstelt.
- Is $\mathcal{R}$ een congruentie relatie voor de optelling?
- Is $\mathcal{R}$ een congruentie relatie voor de complexe vermenigvuldiging?

3

Zij $a = 377$ en $b = 667$.

- Bepaal de grootste gemene deler d van a en b en schrijf deze in de gedaante $d = ax + by$ met $x, y \in \mathbb{Z}$.
- Bepaal indien mogelijk gehele getallen x, y met $xa + yb = 58$.
- Bepaal indien mogelijk gehele getallen x, y met $xa + yb = 85$.
- Zij $\alpha = \overline{45}$ de restklasse van 45 modulo 1999. Is α een priemrestklasse? Zo ja, bepaal de inverse restklasse.

4

- a. Bepaal alle gehele getallen x zodat $x \equiv 11 \pmod{23}$ en $x \equiv 3 \pmod{16}$.
- b. Bepaal alle gehele getallen x zodat $x \equiv 1 \pmod{15}$ en $x \equiv 13 \pmod{24}$.
- c. Hoeveel jaartallen vanaf 1750 tot nu zijn relatief priem met 500?

De honorering is, (cumulatief):

- 1: elk onderdeel 2 pnt, dus 12 totaal,
- 2: elk onderdeel 4 pnt, dus $12+16=28$ totaal,
- 3: elk onderdeel 3 pnt, dus $28+12=40$ totaal,
- 4: elk onderdeel 2 pnt, dus $40+6 = 46$ totaal,

Het eindcijfer E wordt berekend naar:

$$E = \frac{\text{totaal behaald} + 4}{5}$$

gevolgd door afronden.